



FONDO PIZZOFALCONE



NAZIONALE

B. Prov.

VIII

795

NAPOLI

BIBLIOTECA

VITT. EM. III

BIBLIOTECA PROVINCIALE



29

25

25

25

Num. d'ordine

40

4305

Palchetto



R. Gov.

THE

725

97

6.

6

642011

SUPPLÉMENT
A L'OPTIQUE
DE SMITH,
CONTENANT UNE THÉORIE GÉNÉRALE
des Instrumens de Dioptrique.



A B R E S T,

Chez R. MALASSIS, Imprimeur ordinaire du Roi & de
la Marine.

A P A R I S,

Chez { DURAND, neveu, Libraire, rue Galande.
JOMBERT, jeune, Libraire, rue Dauphine.

M. DCC. LXXXIII.

Avec Approbation & Privilège.





AVERTISSEMENT.

C E petit Ouvrage est une espece d'abrégé de la Dioptrique de Mr. Euler, & d'un Mémoire de ce grand Géometre, contenu dans le 18^e. volume des nouveaux Mémoires de Petersbourg, formant originairement une douzaine d'articles, environ, d'un Dictionnaire très-étendu des Sciences Physico-Mathématiques, entrepris il y a sept à huit ans, & que des circonstances imprévues me firent abandonner, en m'obligeant de passer d'un lieu où j'avais toutes les ressourcs possibles pour mon travail, dans un autre où je n'en avais aucune, & où j'ai demeuré trop de tems, pour qu'une aussi longue interruption m'ait laissé le courage de le reprendre & de le continuer. Je crus qu'on me saurait gré de renfermer dans ces articles une Théorie vaste & lumineuse, que tout le monde n'est pas à portée de connaître. Cette raison m'a déterminé depuis à en composer le petit ouvrage que je publie aujourd'hui, ce qui n'a exigé que quelques légers changemens dans la forme.

J'ai divisé cet Ouvrage en deux parties. J'ai renfermé dans la premiere, les principes que donne Mr. Euler pour la construction des Instrumens de Dioptrique. Je me suis permis seulement de retrancher de cette Théorie, tout ce qui n'est pas d'une utilité absolue, tout ce qu'il n'emploie pas lui-même dans les applications nombreuses qu'il en fait.

La seconde Partie renferme les applications de cette

Théorie à la construction des Instrumens de Dioptrique. Je me suis borné à celles qui donnent les Lunettes & les Microscopes qui réunissent le plus de qualités. Elles sont cependant en assez grand nombre pour ne rien laisser à désirer sur la maniere dont il faudra employer la Théorie, lorsqu'on voudra construire d'autres instrumens de cette espece. Elles comprennent, non seulement ceux dont Mr. Fuss enseigna, il y a quelques années, la construction aux Artistes, en leur donnant les courbures, les foyers, les ouvertures, les distances respectives, &c. des verres qui les composent, mais encore beaucoup d'autres, parmi lesquels on doit distinguer la dernière espece de Lunettes pour la terre, dont je parle à la fin du troisième Chapitre, laquelle est très-supérieure à toutes les autres par la grandeur de son champ.

Soit dans l'exposition des principes, soit dans les applications, j'ai très-souvent suivi Mr. Euler pas à pas. Mais souvent aussi je me suis permis de m'en écarter, lorsqu'en prenant une route différente, il m'a semblé pouvoir arriver plus aisément & plus vite. J'ai multiplié les applications numériques, & j'ai ajouté tout ce que j'ai cru pouvoir contribuer à l'intelligence du sujet.

Ce petit Ouvrage sera suivi de près, d'un Traité d'Astronomie, dans lequel j'essaierai de donner de nouvelles preuves des avantages que cette science peut retirer de l'Analyse.



THÉORIE GÉNÉRALE DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE.

PREMIERE PARTIE

Dans laquelle on expose les Principes d'où se tire la construction des instrumens de Dioptrique.

CHAPITRE PREMIER.

Du Foyer, & de l'Aberration de sphéricité des rayons de lumière qui traversent une ou plusieurs lentilles.

1. **N**ous nommerons foyer, le point où les rayons partis d'un point lumineux situé dans l'axe d'une ou de plusieurs lentilles, rencontrent l'axe, ou tendent à le rencontrer, eux ou leurs prolongemens, après avoir été rompus.

2. Nous nommerons aberration de sphéricité, la partie de cet axe comprise entre le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, & celui des rayons qui tombent à une distance finie de cet axe.

A

3. Supposons d'abord une surface sphérique réfringente, sur l'axe de laquelle soit situé le point lumineux, & commençons par chercher le point où un rayon qui la traverse à une distance finie de son axe, rencontre cet axe, après avoir été rompu.

Soit E (fig. 1) le point lumineux, AB la surface qui sépare le milieu d'où partent les rayons, que nous supposerons être l'air, & celui où ils entrent, EB un rayon incident, BF ce même rayon rompu par la surface AB , lequel va couper l'axe EF de cette surface en f , F le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, P le rapport de réfraction, en passant de l'air dans le milieu terminé par AB . Soient abaissés BD perpendiculaire sur l'axe, & du centre C de la surface réfringente AB , des perpendiculaires CH & CG sur le rayon incident & sur le rayon rompu. On observera que la distance BD du point d'incidence à l'axe, est toujours assez peu considérable pour qu'on puisse en négliger les puissances qui passent la troisième.

On aura $Bf = \sqrt{(BD^2 + Df^2)} = \frac{CF \cdot BD}{GC}$, ce qui donne $Cf^2 =$

$$\frac{2GC \cdot DC}{BD^2 - GC^2}. Cf = \frac{BC \cdot GC}{BD^2 - GC^2}, \text{ \& par conséquent}$$

$$Cf = \frac{GC \cdot DC + \sqrt{(BD^2 \cdot GC^2 (BC^2 - GC^2))}}{BD^2 - GC^2}; \text{ \& enfin,}$$

$$Af = \frac{BD^2 \cdot BC - GC^2 \cdot AD + BD \cdot GC \sqrt{(BC^2 - GC^2)}}{BD^2 - GC^2} =$$

$$\frac{BD^2 \cdot BC - GC^2 \cdot AD + BD \cdot GC \cdot BC - \frac{BD \cdot GC^3}{2BC}}{BD^2 - GC^2} \text{ à cause que}$$

$$\sqrt{(BC^2 - GC^2)} = BC - \frac{GC^2}{2BC}, \text{ à très-peu près.}$$

Soient $EA = a$, $BC = b$, $BD = k$. On aura $AD = \frac{k^2}{2b}$, à très-peu près, $EB = a + \frac{mk}{2ba}$, en négligeant les quatrièmes

puissances de k , & faisant $a + b = m$. Ainsi $CH = \frac{mk}{a} -$

$$\frac{\frac{m^2 k^3}{2ba^3}}, \text{ \& par conséquent } CG = \frac{mk}{Pa} - \frac{m^2 k^3}{2P^2 a^3 b}, \text{ \& } CG^2 =$$

$$\frac{m^2 k^3}{P^2 a^3} - \frac{m^3 k^4}{P^2 a^4 b}. \text{ Donc } Af = (b + \frac{mb}{Pa} - \frac{m^2 k^3}{2P^2 a^3} - \frac{m^3 k^4}{2P^2 a^4 b} - \frac{m^3 k^4}{2P^2 a^3 b}) :$$

$$(1 - \frac{m^2}{P^2 a^3} + \frac{m^3 k^4}{P^2 a^4 b}), \text{ ou } Af = 1 : (\frac{1}{b} - \frac{m}{Pa} + \frac{m^2 k^3}{2P^2 a^3} + \frac{m^3 k^4}{2P^2 a^4 b} - \frac{m^3 k^4}{2P^2 a^3 b}), \text{ en négligeant les quatrièmes puissances de } k.$$

4. Si, pour les rayons qui tombent infiniment près de l'axe, on représente par f , la distance AF à laquelle ils vont couper l'axe, après avoir été rompus, on aura, à cause que k est alors infiniment petite, $f = \frac{1}{\frac{1}{b} - \frac{m}{Pab}}$, & par conséquent

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} - \frac{m}{Pab}. \text{ Substituant dans l'expression de } AF, \text{ divisant ensuite, on aura, en remettant pour } m \text{ sa valeur } a+b,$$

$$Af = f - \frac{1}{2} f f k k \left(\frac{(a+b)^2}{P a^3 b^3} + \frac{(a+b)^2}{P^2 a^3 b^3} - \frac{(a+b)^2}{P^3 a^3 b^3} \right),$$

$$\text{ou } Af = f - \frac{1}{2} f f k k \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2} \right) \left(\frac{1}{P} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^3 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \right);$$

$$\& \frac{1}{f} = \frac{P-1}{Pb} - \frac{1}{Pa}.$$

Faisons $\frac{1}{2} k k \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2} \right) \left(\frac{1}{P} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^3 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \right) = M$, on aura $Af = f - f f M$, & $f f M$ est l'aberration de sphéricité, produite par la surface réfringente AB .

5. Supposons que le rayon rompu Bf (*fig. 2*) rencontre une seconde surface réfringente GC , un peu au delà de la première, au sortir de laquelle les rayons repassent dans le milieu d'où ils viennent, en sorte que $ABGC$ représente une lentille, & soit f' le point où le rayon Bf va couper l'axe de cette lentille, après la nouvelle réfraction qu'il éprouve en G . Nommons e l'épaisseur AC de la lentille, & c le rayon de la seconde surface GC . Comme on suppose très-petite l'épaisseur, GL' abaissée perpendiculairement sur l'axe, ne différera pas sensiblement de BD ; ainsi on pourra la représenter aussi par k . Il est évident que Cf est pour la seconde surface ce que est a par rapport à la première. Soit $Cf = f - f f M - e = F$, & f' la distance à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus par la lentille; on aura, F & c étant négatifs, & observant de mettre $\frac{1}{P}$ à la place de P ,

$$\frac{1}{f'} = \frac{P-1}{c} + \frac{P}{F}, \& C f' = f' - \frac{1}{2} f' k k \left(P^2 - P \right) \left(P \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{F} \right)^3 + \frac{1}{F} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{F} \right)^2 \right).$$

Comme ce second terme est fort petit, on peut mettre à la place de f' , f' distance à laquelle les rayons infiniment voi-

l'axe, coupent cet axe, en considérant comme nulle l'épaisseur de la lentille, & f à la place de F ; on aura

$$Cf' = f' - \frac{1}{2} f' k k (P^2 - P) \left(P \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{f} \right)^3 + \frac{1}{f} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{f} \right)^2 \right).$$

Quant au premier terme f' , on remarquera que $\frac{1}{f} = \frac{P-c}{c} + \frac{P}{f}$, en sorte qu'on aura $f' - f' = \frac{P-c}{f} + P f' f' M$; faisant donc

$$\frac{1}{2} k k (P^2 - P) \left(P \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{f} \right)^3 + \frac{1}{f} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{f} \right)^2 \right) = M',$$

on aura $Cf' = f' - \frac{P-c}{f} - (PM + M') f' f'$, $f' - \frac{P-c}{f}$ est la distance du foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, en ayant égard à l'épaisseur de la lentille, & $(PM + M') f' f'$ est l'aberration de sphéricité, produite par la lentille. Substituant dans M' à la place de $\frac{1}{f}$, sa valeur $\frac{1}{b} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb}$, & faisant $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q}$,

$$\begin{aligned} \text{on aura pour } M', \frac{1}{2} k k (P^2 - P) & \left(P \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb} \right)^3 + \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb} \right) \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb} \right)^2 \right). \end{aligned}$$

Si l'on substitue cette valeur de M' & celle de M , dans la quantité $(PM + M') f' f'$, elle deviendra $\left((P^3 - P^2) \frac{1}{2q^3} + (1 + P - 2P^2) \frac{1}{2bq^2} + (P + 1 - \frac{2}{P}) \frac{1}{2b^2q} + (1 + 2P - 3P^2) \frac{1}{2aq^3} + (4P - \frac{4}{P}) \frac{1}{2abq} + (3P - 1 - \frac{2}{P}) \frac{1}{2a^2q} \right) . k k f' f'$, expression de l'aberration de

sphéricité d'une lentille dont b & c sont les rayons des surfaces, a la distance de l'objet, k le demi-diamètre de l'ouverture, &c.

6. L'angle $Gf'D'$ que le rayon rompu Gf' fait avec l'axe de la lentille, $= \frac{Gf'D'}{Df'}$, parce que cet angle est petit, & par conséquent, comme $Df'f'$ diffère peu de $Df'F'$, & qu'on peut prendre $Df'F' = f'$, sans craindre d'erreur, cet angle $= \frac{k}{f'}$.

7. Si les rayons viennent d'un point e (fig. 3.) qui n'est pas dans l'axe de la lentille, le rayon eg qui passe par le centre de la lentille & forme comme l'axe du faisceau de ces rayons, traverse la lentille, sans souffrir de réfraction sensible, la lentille ayant toutefois peu d'épaisseur, & les

DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE. 5

rayons infiniment proches de ce rayon ou de cet axe se réunissent, après avoir traversé la lentille, en un point g de cet axe, qui est à la même distance de la lentille que le foyer F des rayons infiniment proches de l'axe de la lentille, partis du point E , si le point e est à la même distance de la lentille que le point E . Considérant donc que ces points F , g & tous les points semblables, sont les images des points de la surface de l'objet d'où sont partis les rayons qui s'y réunissent, on voit que si tous les points de cette surface sont également éloignés de la lentille, l'image Fg que forment les points F , g & les autres points pareils, est semblable à l'objet; on voit même qu'elle lui est encore semblable, du moins à peu de chose près, si les points d'où partent les rayons qui rencontrent la lentille, ne different pas trop d'être à la même distance de la lentille; & il est évident, à cause des secteurs ou triangles semblables FAg , $E Ae$, que la grandeur de l'image est à celle de l'objet, en raison inverse de leurs distances à la lentille. Donc si on nomme ζ le diametre de l'objet Ee , le diametre de l'image $Fg = \frac{f'}{a} \zeta$.

8. Si l'on veut déterminer l'aberration de sphéricité la plus petite, ou n'aura qu'à différencier l'expression ci-dessus, en faisant varier le rayon b & égaliser la différentielle à zéro, ce qui donnera $\frac{1}{b} = \frac{P(2P+1)}{2(P+2)} \cdot \frac{1}{q} - \frac{2P+2}{P+2} \cdot \frac{1}{a}$. Substituant cette valeur de $\frac{1}{b}$ dans l'expression de l'aberration, elle devient

$$\left(\frac{4P^3 - 5P^2 + P}{4(P+2)} \cdot \frac{1}{2q} + \frac{P^2 - 2P^2 + P}{P+2} \cdot \frac{1}{2aq} + \frac{P-P^2}{P+2} \cdot \frac{1}{2a^2q} \right) k k' f' f',$$
 & c'est là l'expression de l'aberration de sphéricité la plus petite.

Si l'on néglige l'épaisseur de la lentille, ce que la petitesse permet, on a, pour le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, $\frac{1}{f'} = (P-1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \frac{1}{a}$; donc

$q = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{P-1} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right)$; l'expression précédente devient

donc $\frac{P(4P-1)}{8(P+2)} \frac{k k' f' f'}{(P-1)^2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right) \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right)^2 + \frac{4(P-1)}{(4P-1) a f'} \right)$.

Et les rayons de la lentille qui produit cette aberration, seront

$b = \frac{2(P+2)(P-1) a f'}{P(2P+1)a + (4+P-2P^2)f'}$, $c = \frac{2(P+2)(P-1) a f'}{P(2P+1)f' + (4+P-2P^2)a}$.

9. On pourrait, a & f' étant données, demander la lentille qui produit, pour une ouverture donnée, une aberration de sphéricité donnée.

On n'aura qu'à supposer que cette aberration est exprimée par $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})((\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'}) + A$, ou par $(\frac{P(4P-1)(P-1)}{4(P+2)} \cdot \frac{1}{2q} + \frac{4P(P-1)}{4(P+2)} \cdot \frac{1}{2af'q} + \frac{P(4P-1)A}{4(P+2)(P-1)} \cdot \frac{1}{2q}) k k f' f' &$ l'égalier à l'expression générale

de l'aberration donnée ci-dessus; on trouvera, après les réductions convenables, $\frac{1}{b} = \frac{4+P-2P^2}{2(P+2)(P-1)a} + \frac{P(2P+1)}{2(P+2)(P-1)f'}$ $+ \frac{P\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)} = \frac{(4+P-2P^2)a + P(2P+1)f' + Paf'\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)af'}$.

On aura donc pour l'autre rayon,

$$\frac{1}{c} = \frac{(4+P-2P^2)a + P(2P+1)f' + Paf'\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)af'}.$$

On voit donc qu'il faut prendre pour A une quantité positive. Pour qu'elle soit homogène avec le reste, on pourra prendre

$A = (\lambda - 1)(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2$, λ représentant un nombre plus grand que l'unité. Alors l'expression de l'aberration de sphéricité sera $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2(\lambda(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'})$. Et cette aberration étant considérée comme donnée, on doit aussi considérer λ comme donné.

Et les rayons de la lentille qui produit cette aberration, seront

$$b = \frac{2(P+2)(P-1)af'}{(4+P-2P^2)f' + P(2P+1)a + P(a+f')\sqrt{(4P-1)(\lambda-1)}}$$

$$c = \frac{2(P+2)(P-1)af'}{(4+P-2P^2)a + P(2P+1)f' + P(a+f')\sqrt{(4P-1)(\lambda-1)}}.$$

Le double signe $\pm$ fait voir, qu'on peut déterminer cette lentille de deux manières.

10. Au lieu de f' , on emploiera f tant qu'il ne sera question que d'une seule lentille, c'est-à-dire que f désignera le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, pour lequel on aura par conséquent $\frac{1}{f} = (P-1)(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) - \frac{1}{a}$. Soit fait pour abrégé,

* Si le verre, au lieu d'être convexe, était concave des deux côtés, il faudrait dans la formule $\frac{1}{f} = (P-1)(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) - \frac{1}{a}$, donner le signe -

$\frac{P(4P-1)}{8(P+2)(P-1)} = \mu, \frac{4(P-1)^2}{4P-1} = \nu$, l'expression précédente de l'aberration deviendra $\mu k k f f (\frac{1}{a} + \frac{1}{f}) (\lambda (\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{\nu}{\lambda})$.

Soit fait aussi $\frac{4+P-2P^2}{2(P-1)(P+2)} = \frac{1}{2(P-1)} + \frac{1}{P+2} - 1 = \gamma, \frac{P(\frac{1}{2}P+1)}{2(P-1)(P+2)}$
 $= 1 + \frac{1}{2(P-1)} - \frac{1}{P+2} = \delta, \frac{P\sqrt{4P-1}}{2(P-1)(P+2)} = \frac{1}{2} (\frac{1}{2(P-1)} + \frac{1}{P+2})$
 $\sqrt{4P-1} = \epsilon$; les ray. seront $b = \frac{af}{\gamma f + \delta a \pm \epsilon(a+f)\sqrt{\lambda-1}}$
 $c = \frac{af}{\gamma a + \delta f \pm \epsilon(a+f)\sqrt{\lambda-1}}$

aux rayons b & c . Si une seule des surfaces du verre était concave, on seroit seulement négatif le rayon de cette surface. Si une des surfaces était plane, on n'auroit qu'à supposer $= \infty$ le rayon de la surface qui est plane au lieu d'être courbe.

On remarquera que la formule précédente donne $\frac{1}{f} + \frac{1}{a} = (P-1) (\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$.

Si les rayons qui tombent sur la lentille sont parallèles, & qu'on nomme F la distance à laquelle ceux qui sont infiniment proche de l'axe, coupent cet axe après avoir traversé la lentille, distance qu'on nomme *distance focale*, on aura $\frac{1}{F} = (P-1) (\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$, a étant alors $= \infty$; lorsque le verre est également convexe des

deux côtés, comme alors $b = c$, on a $\frac{1}{F} = \frac{2(P-1)}{b}$.

Si les rayons ont à traverser deux lentilles contiguës, nommant f la distance au second verre, à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus par les deux verres, on trouve $\frac{1}{f} = (P-1) (\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) + (P-1) (\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}) - \frac{1}{a}$, b' & c' représentant les rayons des surfaces de la seconde lentille. Car supposant d'abord les deux verres éloignés l'un de l'autre, si l'on nomme a' la distance au second verre, du point où les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir traversé le premier, on a $\frac{1}{f} = (P-1) (\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}) - \frac{1}{a'}$; mais si l'on suppose les deux verres contigus, on a $f + a' = 0$, $-\frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$; donc, &c.

Si le second verre est d'une espèce différente que le premier, & que P' exprime le rapport de réfraction pour ce second verre, on aura $\frac{1}{f} = (P-1) (\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) + (P'-1) (\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}) - \frac{1}{a}$.

Si les rayons ont trois lentilles contiguës à traverser, nommant f'' la distance au troisième verre, à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe,

Si l'on suppose que la lentille soit de verre commun, alors $P = 1,55$; & l'on trouve que $\mu = 0,938191$, $\nu = 0,232692$, $\gamma = 0,190781$, $\delta = 1,627401$, $\epsilon = 0,905133$.

11. Proposons-nous actuellement de trouver l'aberration de sphéricité produite par un nombre quelconque de lentilles ayant même axe. Commençons par en supposer deux AB , $A'B'$ (fig. 4). Soit f le foyer des rayons extrêmes partis de E , & rompus par la première lentille AB , & f' leur foyer après avoir été rompus par la seconde $A'B'$. Soit F le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, après avoir été rompus par la première lentille, & F' leur foyer après avoir été rompus par la seconde; il est évident que $f'F'$ est l'aberration produite par les deux

après avoir été rompus par les trois verres, on trouve de même que $\frac{1}{f''} = (P-1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + (P-1) \left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} \right) + (P-1) \left(\frac{1}{b''} + \frac{1}{c''} \right) - \frac{1}{a}$, b'' & c'' représentant les rayons des surfaces du troisième verre.

Si les trois lentilles sont de verres d'espèce différente, & que P , P' , P'' représentent les rapports de réfraction pour la première, la seconde & la troisième, on aura $\frac{1}{f''} = (P-1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + (P'-1) \left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} \right) + (P''-1) \left(\frac{1}{b''} + \frac{1}{c''} \right) - \frac{1}{a}$.

Si la distance du point lumineux à une lentille sur l'axe de laquelle il est placé, varie d'une petite quantité, on peut avoir besoin de savoir de combien varie la distance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe.

Faisant toujours abstraction de l'épaisseur de la lentille, on n'aura qu'à différencier la formule $\frac{1}{f} = (P-1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \frac{1}{a}$, en faisant varier f & a ; on trouvera $df = -\frac{f}{a} da$, d'où l'on voit que si le point lumineux s'éloigne de la lentille d'une petite quantité représentée par da , le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, se rapproche de la lentille, d'une quantité $= \frac{f}{a} da$; & réciproquement.

On a souvent besoin de mesurer le foyer d'un verre.

On couvrira une des surfaces de ce verre avec un morceau de papier percé de plusieurs trous d'épingle; on l'exposera directement au soleil, & recevant sur un papier peu éloigné du verre, les rayons qui passent par ces petits trous, on écartera le papier, si le verre est convexe, jusqu'à ce que les petits cercles lumineux, que forment ces rayons sur le papier, se confondent en un seul; ce sera le foyer de ce verre; & mesurant la distance du verre à ce foyer, on aura la distance focale.

Si le verre est concave, on écartera le papier jusqu'à ce que la distance de deux quelconques de ces petits cercles lumineux, soit double de la distance des deux trous correspondants du papier qui couvre le verre; le papier sera alors éloigné du verre d'une quantité égale à la distance focale de ce verre; mesurant donc cet éloignement, on aura la distance focale.

lentilles.

lentilles. Soit le foyer qu'auraient, après avoir été rompus par la lentille $A'B'$, des rayons infiniment voisins de l'axe qui partiraient de F , f' f serait l'aberration produite par la lentille $A'B'$, f étant considéré comme un point lumineux qui envoie des rayons sur $A'B'$, de même que fF est celle qui est produite par la lentille AB , E étant le point lumineux. Et l'aberration totale $F'f'$ est composée de cette aberration $f'f$ & de fF , différence entre les foyers F' & f des rayons infiniment voisins de l'axe, les uns partis de F & les autres considérés comme partant de f .

Soient donc $A'F = a'$, $A'F' = f'$, & $A'B' = k'$. Comme $A'f$ diffère peu de $A'F$, & $A'f$ de $A'F'$, on pourra dans l'expression de l'aberration $f'f$, supposer $A'f = a'$, & $A'f = f'$; ainsi on aura $f'f = \mu k'k'f'f' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} \right) \left(\lambda' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} \right)^2 + \frac{v}{a'f'} \right)$, ou $f'f = R'f'f'k'k'$, en faisant $\mu \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} \right) \left(\lambda' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} \right)^2 + \frac{v}{a'f'} \right) = R'$, ou enfin $f'f = \frac{a'f'}{ff} R'f'f'k'k'$, parce que les triangles semblables ABf , $A'B'f$ donnent $k' = \frac{a'k}{f}$. Mais nommant b' & c' les rayons des surfaces de la lentille $A'B'$, on a $\frac{1}{A'F} = (P-1) \left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} \right) - \frac{1}{A'F}$, & $\frac{1}{A'f} = (P-1) \left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} \right) - \frac{1}{A'f}$; retranchant la première égalité de la seconde, on trouve $fF' = \frac{A'F'}{A'F} \cdot fF = \frac{f'f}{a'a'} \cdot fF$. Donc l'aberration $f'F' = \frac{f'f}{a'a'} \cdot fF + \frac{a'f'}{ff} R'f'f'k'k'$. Mais fF qui est l'aberration produite par la première lentille AB , $= Rffk$, en faisant $\mu \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right) \left(\lambda \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 + \frac{v}{af} \right) = R$; on aura donc enfin $f'F' = \frac{f'f}{a'a'} Rffk + \frac{a'f'}{ff} R'f'f'k'k'$, ou $f'F' = f'f'k'k' \left(\frac{ff}{a'a'} R + \frac{a'f'}{ff} R' \right)$.

12. L'Angle $A'f'B'$ que le rayon rompu $A'f'$ fait avec l'axe des lentilles, $= \frac{B'A'}{A'f'} = \frac{k'}{f'}$, parce que cet angle est petit, & qu'on peut prendre $A'f' = f'$, sans crainte d'erreur; donc, k' étant $= \frac{a'k}{f}$, cette angle $= \frac{a'k}{ff}$.

B.

L'image que donne le premier verre, peut être considérée comme un objet par rapport au second. Ainsi la grandeur de l'image formée par le second verre, est à celle de l'image formée par le premier, en raison inverse de leurs distances au second verre (7). Donc la grandeur de l'image que donne le premier verre, étant $= \frac{f'}{a}$, la grandeur de l'image que donne le second, $= \frac{f'f''}{a'}$.

13. Supposons une troisième lentille $B''A''$ (fig. 5) au delà des deux premières. On demande l'aberration de sphéricité $f''F''$ produite par les trois lentilles. Soient $F'A'' = a''$, $A''F'' = f''$, F'' étant le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, après avoir été rompus par les trois lentilles, & le demi-diamètre $B''A''$ de l'ouverture de la lentille $= k''$. Il est évident, par ce qui précède, que $f''F'' = \frac{f''}{a''} f'F' + R'' f'' f'' k'' k''$, R'' étant $= \mu \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} \right) \left(\lambda'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} \right)^2 + \frac{1}{a'' f''} \right)$. Mais l'angle $B''f'A'' = B'f'A' = \frac{a'k}{ff'}$, donc $B''A''$ ou $k'' = \frac{a'f'k}{ff'}$. Substituant cette valeur de k'' & celle de $f'F'$, l'aberration $f''F''$ produite par la sphéricité de trois lentilles, sera $= \frac{f'f'f''}{a'a'a''} R f f k k + \frac{a'a'f''}{ff'f''} R' f' f' k k + \frac{a'a'a''}{ff'f''} R'' f'' f'' k k = f'' f'' k k \left(\frac{f'f'f''}{a'a'a''} R + \frac{a'a'f''}{ff'f''} R' + \frac{a'a'a''}{ff'f''} R'' \right)$.

14. L'Angle $A''f''B''$ que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{a'f'k}{ff'f''}$.

La grandeur de l'image formée par le troisième verre, $= \frac{f'f'f''}{a'a'a''}$.

15. Soit une quatrième lentille $B'''A'''$ (fig. 5) au delà de la troisième $B''A''$. Soient $A'''F''' = a'''$, $A'''F''' = f'''$, F''' étant le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, après avoir traversé les quatre lentilles, & le demi-diamètre $B'''A'''$ de l'ouverture de cette lentille $= k'''$. Il est évident que l'aberration $f'''F''' = \frac{f''f''f'''}{a''a''a'''} f''F'' + R''' f'' f'' f''' k''' k'''$, R''' étant $= \mu \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''} \right) \left(\lambda''' \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''} \right)^2 + \frac{1}{a''' f'''} \right)$. Mais l'angle $A'''f'''B''' = A''f''B'' =$

$\frac{a' a'' k}{f f' j''}$; donc $B'' A''$ ou $k'' = \frac{a' a'' a''' k}{f f' j''}$. Substituant cette valeur de k'' & celle de $f'' F''$, l'aberration $f''' F'''$ produite par les quatre lentilles, sera $= f''' f''' k k \left(\frac{f f f' f' f'' f''}{a' a' a'' a'' a''' a''' R} + \frac{a' a' f' f' f'' f''}{f f a'' a'' a''' a''' R'} + \frac{a' a' a'' a'' f'' f''}{f f f' j'' a''' a''' R''} + \frac{a' a' a'' a'' a''' a'''}{f f f' j'' f' j''} R''' \right)$.

16. L'Angle $B'' f''' A''$ que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{a' a'' a''' k}{f f f' j'' j''}$.

La grandeur de l'image formée par le quatrième verre $= \frac{f f' f'' f'' k}{a' a' a'' a''}$.

17. Soit une cinquième lentille $B'' A''$, au-delà de la quatrième. Soient $A'' F'' = a''$, $A'' F'' = f''$, $B'' A'' = k''$. L'aberration de sphéricité, produite par les cinq lentilles, $f'' F'' = \frac{f'' f''}{a'' a''} f''' F''' + R'' f'' f'' k'' k''$, R'' étant $= \mu \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} \right) \left(\lambda'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} \right)^2 + \frac{v}{a'' f''} \right)$. Substituant, à la place de $f''' F'''$, sa valeur, & à la place de k'' la sienne qui est $\frac{a' a'' a''' a'' a''}{f f' j'' j''}$, on aura $f'' F'' = f'' f'' k k \left(\frac{f f f' f' f'' f''}{a' a' a'' a'' a''' a''' a'' a''} R + \frac{a' a' f' f' f'' f''}{f f a'' a'' a''' a''' a'' a''} R' + \frac{a' a' a'' a'' f'' f''}{f f f' j'' a''' a''' a'' a''} R'' + \frac{a' a' a'' a'' a''' a'''}{f f f' j'' f' j''} R''' \right)$.

18. L'Angle $B'' f'' A''$ que font les rayons extrêmes avec l'axe, $= \frac{a' a'' a''' k}{f f' j'' j'' f''}$.

La grandeur de l'image formée par le cinquième verre, $= \frac{f f' f'' f'' k}{a' a' a'' a'' a''}$.

On voit ce qu'il faudrait faire pour déterminer l'aberration produite par la sphéricité d'un plus grand nombre de lentilles.

19. On a supposé tacitement que les lentilles étaient de la même matière; si elles étaient de matières différentes, les nombres μ & v étant alors différents d'une lentille à l'autre, pour marquer cette différence, dans les expressions précédentes, on n'aurait qu'à les accentuer comme on a fait les autres lettres.

20. Voyons quelle serait l'aberration de sphéricité si les verres

se touchaient. Supposons-en d'abord deux $AA, A'A'$ (fig. 6); ces deux lentilles ainsi réunies formeront une lentille composée.

La distance de l'objet étant toujours représentée par a , l'image $F'g'$ que donne cette lentille, tombera à la distance f' ; elle sera renversée, & égale à $\frac{f'}{a}z$, la grandeur de l'objet Ee étant supposée $= z$. Car il est aisé de voir que cette lentille composée est équivalente à un verre simple. La distance $f + a'$ entre les deux verres étant nulle ou comme telle, on aura $f = -a'$ & par conséquent l'aberration $F'f'$ produite par la sphéricité de cette lentille composée, sera $= \mu f' f' k k [(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})(\lambda(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{f'}{af}) + (\frac{1}{a'} + \frac{1}{f})(\lambda'(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f})^2 + \frac{f'}{a'f})]$, k représentant le demi-diamètre de l'ouverture de ce verre.

Comme f & a' ne doivent plus se trouver dans cette expression, sur-tout si l'on voulait la comparer à celle de l'aberration de sphéricité d'un verre simple équivalent, pour les faire disparaître, on n'aura qu'à faire $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = h(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})$, & $\frac{1}{a'} + \frac{1}{f} = m(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})$. Alors ajoutant ces deux équations, on aura $h + m = 1$, & par conséquent $m = 1 - h$, à cause de $\frac{1}{f} + \frac{1}{f} = 0$. On aura donc $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = h(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})$, & $\frac{1}{a'} + \frac{1}{f} = (1 - h)(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})$. Substituant ces valeurs de $\frac{1}{a} + \frac{1}{f}$, & de $\frac{1}{a'} + \frac{1}{f}$, dans l'expression précédente de l'aberration de sphéricité du verre composé, elle devient $\mu f' f' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{f}) [(\lambda h^3 + \lambda' (1 - h)^3) (\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \nu (h(h - 1) (\frac{1}{aa} + \frac{1}{ff}) + \frac{2h(h - 1)}{af} + \frac{1}{a'f})] = \mu f' f' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{f}) [(\lambda h^3 + \lambda' (1 - h)^3 - \nu h(1 - h)) (\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{\nu}{af}] = \mu f' f' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{f}) (\lambda h^3 + \lambda' (1 - h)^3 - \nu h(1 - h)) (\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{\nu}{af}$, en faisant $\lambda h^3 + \lambda' (1 - h)^3 - \nu h(1 - h) = \lambda_2$.

21. Si, étant données la distance a de l'objet & la distance f' à laquelle la lentille composée doit en former l'image, on veut trouver celle qui a le moins d'aberration, il est évident que la question se réduit à trouver celle pour laquelle λ_2 aura la plus

petite valeur possible; or il est évident qu'il faut que λ & λ' aient les valeurs les plus petites dont ils sont susceptibles. Comme l'unité est la valeur la plus petite qu'on puisse leur donner, afin de parvenir à trouver pour λ 2 la valeur la plus petite possible, il faut donc commencer par supposer $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$, en sorte qu'alors $\lambda = 1 - 3h + 3hh - \nu h + \nu hh = 1 - (3 + \nu)h(1 - h)$. Cette valeur dépendant de h , pour la rendre la plus petite possible, on n'a qu'à trouver pour h une valeur qui rende $h(1 - h)$ un *maximum*. On différenciera donc $h(1 - h)$, & égalant la différentielle à zéro, on trouvera $h = \frac{1}{2}$ qui sera la valeur cherchée de h . Ainsi on aura $\lambda = 1 - \frac{1}{4}(3 + \nu) = \frac{1-\nu}{4} = 0,191827$, ν étant $= 0,232692$.

L'Aberration de sphéricité d'une lentille composée de deux lentilles simples pour laquelle λ 2 a la plus petite valeur possible, sera donc $= \mu f' f' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}) (0,191827(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{\nu}{af'})$, tandis que l'aberration la plus petite que pourrait avoir un verre simple équivalent, serait $= \mu f' f' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}) ((\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{\nu}{af'})$, & serait par conséquent plus de cinq fois plus forte.

22. Quant aux rayons des surfaces de ce verre composé, ils seront pour le 1^{er}. verre AA , $b = \frac{2af'}{(2\gamma - \delta)f' + \delta a}$, $c = \frac{2af'}{(2\delta - \gamma)f' + \gamma a}$

& pour le second $A'A'$, $b' = \frac{2af'}{(2\delta - \gamma)a + \gamma f'}$, $c' = \frac{2af'}{(2\gamma - \delta)a + \delta f'}$; ce qu'on trouve aisément en introduisant dans les expressions des rayons des surfaces des lentilles, à la place de f & de a' , leurs valeurs $\frac{2af'}{a - f'}$, $\frac{2af'}{f' - a}$ déduites de l'équation $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = h(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})$, dans la supposition de $h = \frac{1}{2}$, observant de plus que l'on a fait $\lambda = 1$, & $\lambda' = 1$.

23. Si $a = \infty$, alors le verre composé forme un objectif dont f' est la distance focale. La représentant d'une manière plus particulière par F , les rayons des faces des verres qui composent cet objectif, sont $b = \frac{2F}{\delta}$, $c = \frac{2F}{\gamma}$, $b' = \frac{2F}{2\delta - \gamma}$, $c' = \frac{2F}{2\gamma - \delta}$. Ainsi, si l'on veut construire cet objectif avec le verre commun, pour lequel le rapport de réfraction $P = 1,55$, comme alors $\delta =$

1, 6274, & $\gamma = 0, 1908$, on trouve que le rayon de la face antérieure du premier verre = 1, 2289 F , & celui de la face postérieure = 10, 4876 F ; & que le rayon de la face antérieure du second verre = 0, 6527 F , celui de la face postérieure = -1, 6033 F .

24. Outre l'avantage de produire moins d'aberration qu'aucun verre simple, le verre double a encore celui d'être facile à construire. Si l'on vient à s'écarter un peu, dans sa construction, des règles prescrites, l'effet qu'on s'en promet n'en souffrira pas sensiblement. Soit qu'en construisant les deux verres dont il est composé, les valeurs des nombres λ , λ' excèdent un peu l'unité, soit que h n'ait pas exactement sa valeur $\frac{1}{2}$, l'erreur commise n'aura que peu ou point d'effet, parce que ces nombres sont déduits de la nature du *minimum*. On pourrait encore construire des verres doubles pour lesquels λ & λ' serait absolument nul, qui par conséquent l'emporteraient sur celui-là, mais leur construction exigerait une si grande précision, qu'il faut les abandonner, & se contenter de ceux dont on vient de s'occuper.

25. Supposons actuellement trois lentilles contiguës; considérant la lentille composée qu'elles forment, comme composée de la lentille précédente $AA'A'$ (fig. 7), & d'une simple $A''A''$, outre $f + a' = 0$, qu'on a déjà, à cause de la lentille composée de deux verres, on a encore $f' + a'' = 0$, par la réunion de cette lentille & de la lentille simple; & l'objet étant supposé à la distance a de cette lentille composée de trois verres, l'image tombe à la distance f'' , est renversée, & est de la grandeur $\frac{f''}{a} \gamma$.

L'aberration de sphéricité de la lentille composée de deux verres, est, comme on a vu, $= \mu f' f'' k k \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right) \left(\lambda_2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right)^2 + \frac{1}{a' f'} \right)$, λ_2 étant $= \lambda h^3 + \lambda' (1 - h)^3 - \gamma h (1 - h)$. L'aberration de sphéricité de la lentille composée de trois verres, $F'' f''$, est donc $= \mu f'' f'' k k \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right) \left(\lambda_2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right)^2 + \frac{1}{a' f'} \right) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''} \right) \left(\lambda'' \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''} \right)^2 + \frac{1}{a'' f''} \right) \right)$, à cause de $f' + a'' = 0$, & par conséquent de $f' = -a''$.

Pour faire disparaître f' & a'' , faisons $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = m (\frac{1}{a} + \frac{1}{f''})$, & $\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} = n (\frac{1}{a} + \frac{1}{f''})$. Ajoutant ces deux égalités, & se ressouvenant que $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''} = 0$, on aura $m + n = 1$, & par conséquent $n = 1 - m$, en sorte que $\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} = (1 - m) (\frac{1}{a} + \frac{1}{f''})$. Substituant cette valeur de $\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}$, avec celle de $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}$ dans l'expression de l'aberration, nous aurons $F'' f'' = \mu f'' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}) ((\lambda_2 m^3 + \lambda'' (1 - m)^3 - \nu m (1 - m)) (\frac{1}{a} + \frac{1}{f''})^2 + \frac{\nu}{a f''})$, ou $F'' f'' = \mu f'' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}) (\lambda_3 (\frac{1}{a} + \frac{1}{f''})^2 + \frac{\nu}{a f''})$, en faisant $\lambda_2 m^3 + \lambda'' (1 - m)^3 - \nu m (1 - m) = \lambda_3$.

26. Si l'on veut avoir la lentille composée de trois verres, qui a le moins d'aberration, il faut alors que non seulement la lentille composée de deux verres en ait le moins elle-même, que par conséquent λ_2 soit $= \frac{1 - \nu}{4}$, ce qui suppose que pour les verres qui le composent, $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$; il faut encore que le verre simple qui, avec la lentille composée de deux verres, forme la lentille composée de trois, & auquel appartient λ'' , ait le moins d'aberration possible, que par conséquent λ'' soit aussi égal à l'unité. La valeur de λ_3 ne dépendant donc plus que de celle de m , il ne reste plus qu'à trouver celle qui peut achever de rendre λ_3 le plus petit qu'il est possible. Pour y parvenir, on n'aura qu'à différencier la valeur de λ_3 , dans laquelle nous laisserons pour le moment λ_2 ; ce qui donnera, en égalant à zéro, $3 \lambda_2 m^2 - 3 (1 - m)^2 - \nu + 2 \nu m = 0$,

$$\begin{aligned} \text{d'où l'on tire } m &= \frac{-3 - \nu + \sqrt{(3 \lambda_2 + \nu)(3 + \nu)}}{3 \lambda_2 + \nu - 3 - \nu} = \\ &= \frac{-\nu \sqrt{(3 + \nu)} \cdot \sqrt{(3 \lambda_2 + \nu)} + \sqrt{(3 \lambda_2 + \nu)} \cdot \sqrt{(3 + \nu)}}{3 \lambda_2 + \nu - 3 - \nu} = \\ &= \frac{\sqrt{(3 + \nu)} (\sqrt{(3 \lambda_2 + \nu)} - \sqrt{(3 + \nu)})}{\sqrt{(3 \lambda_2 + \nu)} \cdot \sqrt{(3 \lambda_2 + \nu)} - \sqrt{(3 + \nu)} \cdot \sqrt{(3 + \nu)}} = \frac{\sqrt{(3 + \nu)}}{\sqrt{(3 \lambda_2 + \nu)} + \sqrt{(3 + \nu)}} \end{aligned}$$

Puisque $\lambda_2 = \frac{1 - \nu}{4}$, on aura $3 \lambda_2 + \nu = \frac{3 + \nu}{4}$. Substituant dans la valeur de m , on aura enfin $m = \frac{1}{5}$. Substituant cette valeur de m & celle de λ_2 dans la valeur $\lambda_2 m^3 + (1 - m)^3 -$

$r m (1 - m)$ de λ_3 , on aura $\lambda_3 = \frac{1-8\gamma}{27} = 0,042165$, valeur près de cinq fois plus petite que dans le cas d'une lentille composée de deux verres, qui a le moins d'aberration.

L'aberration de sphéricité d'une lentille composée de trois verres, pour laquelle λ_3 a la plus petite valeur possible, fera donc $= \mu f'' f'' k k (\frac{1}{a} + \frac{1}{j'}) (0,042165 (\frac{1}{a} + \frac{1}{j''})^2 + \frac{\gamma}{a f''})$, & par conséquent près de vingt-cinq fois plus petite que celle d'un verre simple équivalent qui aurait la plus petite possible.

27. Pour la lentille composée de deux verres, on a fait $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = h (\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})$; ainsi à cause de $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = m (\frac{1}{a} + \frac{1}{j''})$, on aura $\frac{1}{f} = -\frac{1}{a'} = \frac{h m - 1}{a} + \frac{h m}{j''}$. On aura de plus $\frac{1}{j'} = -\frac{1}{a''} = \frac{m - 1}{a} + \frac{m}{j''}$, ce qui se déduit de l'égalité $\frac{1}{a} + \frac{1}{j'} = m (\frac{1}{a} + \frac{1}{j''})$; on aura donc, à cause de $h = \frac{1}{2}$ & de $m = \frac{2}{3}$, $f = \frac{3 a f''}{a - 2 f''}$, $a' = \frac{3 a f''}{2 j'' - a}$, $f' = \frac{3 a f''}{2 a - j''}$, $a'' = \frac{3 a f''}{j'' - 2 a}$. Substituant ces valeurs dans les expressions des rayons des surfaces des trois verres, observant de faire $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$, $\lambda'' = 1$, on trouvera que les rayons des faces du premier verre sont $b = \frac{3 a f''}{(3 \gamma - 2 \delta) f'' + \delta a}$, $c = \frac{3 a f''}{(3 \delta - 2 \gamma) f'' + \gamma a}$; ceux des faces du second, $b' = \frac{3 a f''}{(2 \gamma - \delta) f'' + (2 \delta - \gamma) a}$, $c' = \frac{3 a f''}{(2 \delta - \gamma) f'' + (2 \gamma - \delta) a}$; & ceux des faces du troisième, $b'' = \frac{3 a f''}{\gamma f'' + (3 \delta - 2 \gamma) a}$, $c'' = \frac{3 a f''}{\delta f'' + (3 \gamma - 2 \delta) a}$.

28. Si $a = \infty$, la lentille composée de trois verres forme un objectif dont f'' est la distance focale. La représentant d'une manière plus particulière par F , les rayons des verres qui composent cet objectif, sont $b = \frac{3 F}{\delta}$, $c = \frac{3 F}{\gamma}$, $b' = \frac{3 F}{2 \delta - \gamma}$, $c' = \frac{3 F}{2 \gamma - \delta}$, $b'' = \frac{3 F}{3 \delta - 2 \gamma}$, $c'' = \frac{3 F}{3 \gamma - 2 \delta}$. Ainsi, si l'on construit cet objectif avec le verre commun, on trouvera que le rayon de la face antérieure du premier verre, = $1,8433 F$, & celui

celui de la face postérieure = $15,7315 F$, que le rayon de la face antérieure du second verre = $0,979 F$, & celui de la face postérieure = $-2,4079 F$; enfin, que le rayon de la face antérieure du troisième verre = $0,6665 F$, & celui de la face postérieure = $-1,1182 F$.

Il est facile de voir comment on trouverait l'aberration de sphéricité, si un plus grand nombre de verres se touchaient.

CHAPITRE II.

De la confusion dans la vision, de la grandeur apparente, & de la clarté.

29. **L**A vision est distincte lorsque tous les rayons partis d'un point quelconque de l'objet se réunissent en un point sur le fond de l'œil, ce qui suppose, comme il est évident, une distance convenable, laquelle varie suivant les différens yeux. On fait de plus que cette distance a une certaine latitude, c'est-à-dire, que l'œil ayant la faculté de changer sa forme, du moins jusqu'à un certain point, voit encore distinctement l'objet placé un peu plus loin ou un peu plus près qu'à la distance qui lui convient pour que la vision soit parfaitement distincte, distance que Mr. Euler nomme *distance juste*.

30. La vision est confuse, lorsque les rayons partis d'un point quelconque d'un objet, loin de se réunir en un point sur le fond de l'œil, en affectent une portion finie. Cela arrive, lorsqu'ils se réunissent avant ou après d'atteindre ce fond. Dans la vision au travers des verres, comme ce n'est pas l'objet même que l'œil aperçoit, mais la dernière image produite par les verres, il peut y avoir deux causes de confusion; la première, si cette image non-seulement n'est pas à la distance juste de l'œil, mais encore en est à une distance trop différente; la seconde, si l'image même est confuse. Comme on est toujours le maître de remédier à la première

C

de ces deux causes de confusion, on ne s'occupera ici que de la confusion occasionnée dans la vision des images, par l'aberration de sphéricité; & après en avoir déterminé la quantité, on tâchera par la suite de trouver quelles figures & quelle disposition les verres doivent avoir pour que la confusion qui vient de cette source, ne passe pas la limite où elle est encore supportable. Voyons quelle loi suit cette espèce de confusion.

31. Supposons qu'un œil voie l'image d'un point quelconque d'un objet, étendue dans l'espace Ff (fig. 8) par un ou plusieurs verres, & que l'image F produite par les rayons infiniment proches de l'axe, soit à la distance juste de l'œil; il s'agit de déterminer la confusion occasionnée dans la vision de l'image.

On a ici deux choses à considérer. 1°. La grandeur de l'aberration de sphéricité Ff . 2°. L'angle que les rayons qui concourent en f , font avec l'axe. Or l'un & l'autre dépendent de l'ouverture du premier verre, de manière que k représentant son demi-diamètre, l'aberration de sphéricité $Ff = Vkk$, & l'angle $OfR = Dk$, V & D étant deux quantités dépendantes du nombre des verres, & qu'on sait déterminer. Supposons actuellement que le cercle ORP représente l'œil qu'on se permettra de considérer ici comme une petite chambre obscure, mais si parfaite qu'elle rassemble les rayons partis d'un point, en un point unique; car quoiqu'il se fasse plusieurs réfractions dans l'œil, cependant on peut imaginer un verre unique $RO R$, dont la rétine soit éloignée de l'intervalle $OP = u$, lequel réunisse les rayons partis d'un point, en un autre point sur la rétine. Le point F étant donc supposé à la distance juste de l'œil OF , que nous nommerons n , l'image de ce point tombera sur la rétine même, & sera peinte distinctement en P ; mais l'image du point f ne se peindra pas en P , elle se peindra en un point p en deçà de la rétine. Si l'on considère comme nulle l'épaisseur du verre qu'on conçoit en $RO R$, l'intervalle Pp entre ces deux points $= \frac{OP^2}{OF} \cdot Ff = \frac{u^2}{n} \cdot Vkk$. Les rayons qui forment le point f , faisant avec l'axe l'angle

$OfR = Dk$, les points R, R , dans lesquels ils traversent l'œil ou le verre supposé en $RO R$, seront éloignés de l'axe FP , de la quantité $OR = nDk$, en négligeant Ff relativement à $FO = n$; ces rayons étant entrés dans l'œil, & concourant en p , feront avec l'axe un angle $OPR = \frac{OR}{OP} = \frac{OR}{OP} = \frac{n}{n} Dk$. Continuant donc delà leur route jusqu'au fond de l'œil, ils y formeront un cercle QQ , dont le rayon $PQ = PpQ. Pp = \frac{n}{n} Dk. \frac{nn}{nn} Vkk = \frac{n}{n} D. Vkk$, & cet espace circulaire sera rempli par les rayons qui ont coupé l'axe des verres entre F & f . Ainsi l'image étendue dans l'espace Ff , sera représentée sur le fond de l'œil par un cercle dont le rayon $PQ = \frac{n}{n} D. Vkk$, & ce cercle donne la vraie mesure de la confusion. Un point quelconque de l'objet, dont l'image est étendue dans l'espace Ff par la sphéricité des verres, sera donc représenté au fond de l'œil par un cercle dont le rayon sera $= \frac{n}{n} D. Vkk$.

32. On a supposé que la prunelle est assez large pour admettre les rayons venant de f , ce qui peut quelquefois ne pas être. On verra au reste, que dans les lunettes & dans les microscopes, cette supposition est très-légitime, puisque souvent le cône de rayons venant de f , est plus étroit que l'ouverture de la prunelle. On peut objecter à la détermination précédente, que la comparaison de l'œil avec un verre lenticulaire considéré comme sans épaisseur, n'est pas fort juste, & que par conséquent il peut y avoir quelque différence entre l'expression de l'espace PQ qu'on vient de trouver, & celle que cet espace a réellement. A cela on répondra que toute la différence qu'il peut y avoir, c'est qu'en ayant égard à toutes les circonstances & à la structure de l'œil, on aurait trouvé pour PQ une expression plus grande ou plus petite dans un certain rapport : or ici il n'est point nécessaire de connoître la quantité absolue de la confusion, il suffit d'avoir déterminé avec exactitude le rapport qu'elle suit. Au reste si l'on fait attention à la conformation de l'œil & à la faculté qu'il a de

varier sa forme jusqu'à un certain point, pour pouvoir voir distinctement les objets dont la distance ne diffère pas trop de la distance juste, on conçoit que la confusion peut être plus petite qu'on ne l'a trouvée. Car de quelque manière qu'il change sa forme pour bien voir, on a lieu de penser que ce changement revient au même que si la rétine s'approchait ou s'éloignait de la prunelle, ou plutôt du verre lenticulaire qu'on considère à la place de l'œil. Or, au lieu de supposer la rétine située en P , (*fig. 9*) supposons la entre ce point & le point p , par exemple, en T ; soit l'espace $PT = t$, en sorte que $pT = \frac{uu}{nn} Vkk - t$. Le point f dont la peinture se fait en p , sera représenté sur la rétine qu'on suppose maintenant passer en T , par un petit cercle dont le rayon

$$= \frac{n}{u} V k \left(\frac{uu}{nn} Vkk - t \right).$$

Supposons un point g compris entre les points f & F , où des rayons qui ont rencontré le premier verre à une distance x de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus, ainsi que les autres rayons, par tous les verres; on aura $Fg = Vxx$, & l'angle qu'ils forment avec l'axe en g , sera $= Dx$. Soit v le point où l'image de ce point se formera dans l'œil; Pv sera $= \frac{uu}{nn} Vxx$, en sorte que $vT = t - \frac{uu}{nn} Vxx$; & les rayons feront, en convergeant en v , un angle avec l'axe, $= \frac{n}{u} Dx$. Ainsi le point g sera représenté sur la rétine située en T , par un petit cercle dont le rayon $= \frac{n}{u} Dx \left(t - \frac{uu}{nn} Vxx \right)$. Ce cercle sera le plus petit qu'il est possible, si $t = \frac{2uu}{nn} Vxx$, en sorte que le rayon de ce cercle sera alors $= \frac{2u}{n} DVx^3$, qui représenterait en même tems la confusion, si le cercle qui résulte du point f sur la rétine, n'était pas plus grand. Mais si l'on substitue la valeur de t dans celle du rayon de ce dernier cercle, le rayon de ce cercle sera $= \frac{u}{n} DVk(k - 3xx)$; l'égalant donc au rayon $\frac{2u}{n} DVx^3$, on aura cette équation, $k^3 - 3kxx = 2x^3$, d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}k$. Ainsi le rayon du

cercle qui mesure la confusion la plus petite, sera $= \frac{u}{4^n} DVk^3$, & par conséquent quatre fois plus petit que lorsque la rétine était en P ; en sorte que la confusion sera seize fois plus petite.

On n'a point supposé que la rétine s'avance jusqu'en p , parce que le cercle que formeraient alors les rayons partis d'un point quelconque g de l'espace Ff , sur la rétine, serait plus grand que celui qu'ils y forment lorsqu'on la suppose moins avancée, & que l'œil faisant tous ses efforts pour bien voir, on ne peut supposer qu'il prenne une forme qui remplirait moins bien son objet.

Ainsi, comme l'œil a le pouvoir de changer un peu sa forme, & qu'il la change effectivement pour voir le moins confusément qu'il lui est possible, on ne peut gueres douter que le rayon des cercles qui produisent la confusion, ne soit égal à $\frac{u}{4^n} DVk^3$. On pourra donc considérer cette expression comme une mesure assez juste de la confusion, puisqu'elle exprime les rayons des cercles par lesquels sont représentés sur le fond de l'œil les différens points de l'objet, en tant qu'il est vu au travers des verres, & dans la supposition que l'image soit à la distance juste.

33. Si ces cercles devenaient nuls, la vision serait parfaitement distincte. Or cela ne pourrait être qu'autant que l'aberration de sphéricité Vk^2 deviendrait nulle elle-même; d'où l'on voit que si l'ouverture du premier verre était réduite à un point, on n'éprouverait point de confusion. Heureusement que la vision peut supporter un léger degré de confusion, & que, pourvu que la confusion ne passe pas un certain terme, on peut la considérer comme nulle. C'est à l'expérience à donner cette limite ou cette valeur que l'expression $\frac{u}{4^n} D.Vk^3$ ne doit jamais passer, & cette valeur variera suivant les cas, selon qu'on voudra plus ou moins de netteté. Enfin on pourra prendre pour u qui représente la profondeur de l'œil, environ un pouce. Au reste, comme on établira la limite de la confusion par l'expérience, cette mesure sera presque arbitraire.

34. Supposons d'abord que l'œil voie un objet au travers d'un

seul verre, l'image qu'il apperçoit étant à la distance juste, il s'agit de déterminer la confusion qui regnera dans la vision.

On négligera toujours l'épaisseur du verre. Soit la distance DO (fig. 10) de l'œil au verre = θ , & parce que l'image Fg produite par les rayons infiniment proches de l'axe, est à la distance juste de l'œil, on aura $\theta = f + n$, DF étant = f , & $OF = n$; & par conséquent $f = \theta - n$, si le lieu de l'œil est considéré comme donné.

L'Aberration Ff produite par la sphéricité de ce verre est = $Rffkk$, R étant = $\mu(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})(\lambda(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{v}{af})$; & l'angle que les rayons extrêmes font avec l'axe, = $\frac{k}{f}$.

Ainsi on aura $V = Rff$, & $D = \frac{1}{f}$, & par conséquent $DV = Rf$. Le rayon des petits cercles qui mesurent la confusion dans l'œil, ou la mesure de la confusion, sera donc

$$= \frac{n}{4n} (\theta - n) k^3 R = \frac{1}{4} u (\frac{\theta}{n} - 1) k^3 R.$$

35. Supposons deux verres; & soit $F'g'$ (fig. 11) l'image produite par les rayons infiniment proches de l'axe. Soit $D'O = \theta$, l'œil étant en O ; on aura $\theta = f' + n$, l'œil étant supposé à la distance juste n de l'image $F'g'$; & par conséquent $f' = \theta - n$.

L'aberration $F'f'$ produite par la sphéricité des deux verres, = $f'f'kk(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R')$, R étant = $\mu(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})(\lambda(\frac{1}{a} + \frac{1}{f})^2 + \frac{v}{af})$, & $R' = \mu'(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'})(\lambda'(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{v'}{a'f'})$. De plus, l'angle que les rayons extrêmes font en f' avec l'axe, = $\frac{a'k}{ff'}$. On a donc $V = f'f'(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R')$, & $D = \frac{a'}{ff'}$; par conséquent $DV = \frac{a'}{f'}(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R')$. La mesure de la confusion sera donc = $\frac{1}{4} u (\frac{\theta}{n} - 1) \frac{a'}{f'} k^3 (\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R')$.

36. Supposons trois verres; l'œil étant supposé à la distance juste de l'image produite par les rayons infiniment proches de l'axe, on aura, en nommant θ la distance de l'œil au troisième verre, $\theta = f'' + n$, & par conséquent $f'' = \theta - n$.

L'aberration produite par la sphéricité des trois verres
 $= f^n f^n k k \left(\frac{f f f f f'}{a^2 a^2 a^2} R + \frac{a' a' f f f'}{f f a^2 a^2} R' + \frac{a' a' a^2 a^2}{f f f f f'} R'' \right)$, R'' étant
 $= \mu^n \left(\frac{1}{a^n} + \frac{1}{f^n} \right) \left(\lambda^n \left(\frac{1}{a^n} + \frac{1}{f^n} \right)^2 + \frac{1}{a^n f^n} \right)$, &c. R, R' ayant
 les valeurs ci-dessus. On a donc $V = f^n f^n \left(\frac{f f f f f'}{a^2 a^2 a^2} R + \frac{a' a' f f f'}{f f a^2 a^2} R' + \frac{a' a' a^2 a^2}{f f f f f'} R'' \right)$. De plus, l'angle que les rayons extrêmes font
 avec l'axe en f^n , $= \frac{a' a^2 k}{f f f f f'}$; donc $D = \frac{a' a^2}{f f f f f'}$. Ainsi $D V$
 $= \frac{a' a^2}{f f f} f^n \left(\frac{f f f f f'}{a^2 a^2 a^2} R + \frac{a' a' f f f'}{f f a^2 a^2} R' + \frac{a' a' a^2 a^2}{f f f f f'} R'' \right)$. La me-
 sure de la confusion sera donc $= \frac{1}{4} u \left(\frac{0}{n} - 1 \right) \frac{a' a^2}{f f f} k^3$.
 $\left(\frac{f f f f f'}{a^2 a^2 a^2} R + \frac{a' a' f f f'}{f f a^2 a^2} R' + \frac{a' a' a^2 a^2}{f f f f f'} R'' \right)$.

37. Si l'on a quatre verres, les mêmes choses étant supposées,
 on aura $f^m = \theta - n$. L'aberration de sphéricité $= f^m f^m k k$
 $\left(\frac{f f f f f' f'' f''}{a^2 a^2 a^2 a^2} R + \frac{a' a' f f f' f'' f''}{f f a^2 a^2 a^2} R' + \frac{a' a' a^2 a^2 f'' f''}{f f f f f' a^2 a^2} R'' + \frac{a' a' f f f' f'' f''}{f f f f f' f'' f''} R''' \right)$,
 R''' étant $= \mu^m \left(\frac{1}{a^m} + \frac{1}{f^m} \right) \left(\lambda^m \left(\frac{1}{a^m} + \frac{1}{f^m} \right)^2 + \frac{1}{a^m f^m} \right)$,
 R, R', R'' ayant les mêmes valeurs que précédemment. On
 a donc $V = f^m f^m \left(\frac{f f f f f' f'' f''}{a^2 a^2 a^2 a^2} R + \&c. \right)$. L'angle que
 les rayons extrêmes font avec l'axe en f^m , $= \frac{a' a^2 a^2 k}{f f f f f' f'' f''}$; par
 conséquent $D = \frac{a' a^2 a^2}{f f f f f' f'' f''}$; donc $D V = \frac{a' a^2 a^2}{f f f f f' f'' f''} f^m \left(\frac{f f f f f' f'' f''}{a^2 a^2 a^2 a^2} R + \&c. \right)$. La mesure de la confusion sera donc

$$= \frac{1}{4} u \left(\frac{0}{n} - 1 \right) \frac{a' a^2 a^2}{f f f f f' f'' f''} k^3 \left(\frac{f f f f f' f'' f''}{a^2 a^2 a^2 a^2} R + \frac{a' a' f f f' f'' f''}{f f a^2 a^2 a^2} R' + \frac{a' a' a^2 a^2 f'' f''}{f f f f f' a^2 a^2} R'' + \frac{a' a' a^2 a^2 f'' f''}{f f f f f' f'' f''} R''' \right).$$

38. Pour cinq verres la mesure de la confusion sera
 $= \frac{1}{4} u \left(\frac{0}{n} - 1 \right) \frac{a' a^2 a^2 a^2}{f f f f f' f'' f'' f''} k^3 \left(\frac{f f f f f' f'' f'' f''}{a^2 a^2 a^2 a^2 a^2} R + \frac{a' a' f f f' f'' f'' f''}{f f a^2 a^2 a^2 a^2} R' + \frac{a' a' a^2 a^2 f'' f'' f''}{f f f f f' a^2 a^2 a^2} R'' + \frac{a' a' a^2 a^2 f'' f'' f''}{f f f f f' f'' f'' f''} R''' + \frac{a' a' a^2 a^2 f'' f'' f''}{f f f f f' f'' f'' f''} R^{iv} \right)$.

Il sera facile de continuer ces formules plus loin si l'on veut.

39. On peut au reste estimer avec plus de netteté la confusion engendrée dans l'œil par l'ouverture des verres. Chacun des points de l'objet étant représenté au fond de l'œil par des cercles dont le rayon $= \frac{u}{4n} D V k^3$, & un cercle dont le rayon serait $= y$, exposé à la vue, à la distance n , étant représenté, au fond de l'œil, par un cercle dont le rayon $= \frac{n}{n} y$, il s'ensuit que tous les points de l'objet paraîtront de la même grandeur que des cercles dont le rayon serait $= \frac{1}{4} D V k^3$ & qui seraient exposés à la vue, à la distance n . Or, comme le demi-diamètre apparent d'un objet y vu à la distance n , $= \frac{y}{n}$, les points de l'objet seront vus, à cause de la confusion, comme des cercles dont le demi-diamètre apparent serait $= \frac{1}{4n} D V k^3$. Ainsi, effaçant u dans les expressions précédentes, on aura le demi-diamètre apparent des cercles qui expriment la confusion. Delà on pourra juger combien la confusion doit être petite pour qu'elle ne soit plus sensible. Si, par exemple, l'œil ne peut plus distinguer un espace circulaire dont le demi-diamètre est d'une seconde, ou environ la $\frac{1}{60}$ partie du rayon, il est évident que si l'expression $\frac{1}{4n} D V k^3 = \frac{1}{60}$, la confusion sera imperceptible. Or l'expérience apprend qu'on ne peut distinguer des angles beaucoup plus grands, enforte qu'on n'a point à craindre de confusion quoique l'expression $\frac{1}{4n} D V k^3$ soit sensiblement plus grande que $\frac{1}{60}$. Mais pour ne rien avancer trop légèrement, supposons que la limite que l'expression $\frac{1}{4n} D V k^3$ ne doit jamais passer, soit $= \frac{1}{4q}$, enforte que $\frac{1}{4n} D V k^3$ doive être $< \frac{1}{q}$, on verra qu'on pourra prendre $q = 40$ & même un nombre plus petit. En considérant la confusion comme on le fait actuellement, la profondeur u de l'œil n'entre plus dans le calcul.

40. Ainsi, on doit entendre par demi-diamètre de la confusion,

sion, le demi-diametre apparent du cercle qui paraît aussi grand à l'œil, que chacun des points de l'objet lui paraît à cause de la confusion. Et on trouve le demi-diametre de la confusion, ainsi qu'on l'a observé, en divisant les expressions précédentes par la profondeur u de l'œil, au moyen de quoi ces formules se réduiront à des nombres absolus. Comme elles ont besoin de développement, & que pour les mettre dans l'état où elles doivent être pour être employées, il faut y introduire la quantité de fois dont l'objet est amplifié par les verres, nous sommes obligés, avant de leur donner la forme convenable, d'exposer ce qui regarde le grossissement.

41. Le grossissement ou l'amplification, dans les Instrumens de Dioptrique, est le rapport de la grandeur dont on voit les objets avec ces Instrumens, à celle dont on les verrait, à la vue simple, à une distance donnée. Ce rapport se trouve, en divisant la grandeur dont on voit avec ces Instrumens une ligne quelconque qu'on conçoit dans l'objet, par la grandeur dont on verrait, à la vue simple, la même ligne à une distance donnée.

42. Pour pouvoir déterminer ce rapport, il faut donc, au préalable, connoître l'angle sous lequel on apperçoit cette ligne au travers d'un nombre quelconque de verres. Or, cet angle est précisément celui sous lequel l'œil placé à la distance requise pour voir parfaitement, apperçoit l'image de cette ligne, produite par les verres. Si donc, représentant par ζ la ligne qu'on conçoit dans l'objet, $N\zeta$ est la grandeur de sa dernière image, l'angle sous lequel cette image est vue par l'œil placé à la distance à laquelle il doit être de cette image pour la bien voir, sera $= \frac{N\zeta}{n}$, en nommant n cette distance. Mais appelant g la distance qui sert à juger du grossissement, l'angle sous lequel la ligne ζ qu'on conçoit dans l'objet, serait vue, à la vue simple, $= \frac{\zeta}{g}$; divisant donc l'angle précédent par celui-ci, & représentant le grossissement par m , on aura $m = \frac{N\zeta}{n} \cdot \frac{g}{\zeta}$. Pour avoir le rapport suivant lequel l'objet est amplifié, selon le nombre des verres, il ne s'agit donc plus que de substituer, à

D

la place de N , la quantité qui multiplie ζ dans l'expression de l'image produite par ces verres. Supposons-en d'abord un.

43. L'image produite par un seul verre, $= \frac{f\zeta}{a}$. Substituant donc $\frac{f}{a}$ à la place de N , le grossissement $m = \frac{f\zeta}{a n} = \frac{L\zeta}{n}$, en faisant $f = La$. L'image est renversée.

Supposons deux verres. L'image produite par ces verres, $= \frac{ff'}{aa'} \zeta$. Donc, substituant $\frac{ff'}{aa'}$ à la place de N , le grossissement $m = \frac{ff'\zeta}{aa'n} = \frac{L L' \zeta}{n}$, en faisant $f = La$, $f' = L'a'$. L'image est droite.

Supposons trois verres. L'image qu'ils produisent, $= \frac{ff'f''}{aa'a''} \zeta$. Ainsi, substituant $\frac{ff'f''}{aa'a''}$ à la place de N , le grossissement $m = \frac{ff'f''\zeta}{aa'a''n} = \frac{L L' L'' \zeta}{n}$, en faisant $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$. L'image est renversée.

Supposons quatre verres. L'image $= \frac{ff'f''f'''}{aa'a''a'''} \zeta$. Donc le grossissement $m = \frac{ff'f''f'''\zeta}{aa'a''a'''n} = \frac{L L' L'' L''' \zeta}{n}$. L'image est droite.

L'image produite par cinq verres, $= \frac{ff'f''f'''}{aa'a''a'''} \zeta$. Donc, le grossissement $m = \frac{ff'f''f'''\zeta}{aa'a''a'''n} = \frac{L L' L'' L''' \zeta}{n}$. L'image est renversée.

On trouverait de même le grossissement pour un plus grand nombre de verres.

44. On observera que la distance g à laquelle on rapporte le grossissement, ne peut pas être la même dans tous les instrumens de Dioptrique. Pour les objets fort éloignés, il convient de comparer la grandeur dont ils paraissent au travers des verres, à celle dont on les voit à la vue simple, à la distance où ils sont. Ainsi on a coutume alors de supposer la distance g égale à la distance a à laquelle ils sont des verres. Tel est le cas des lunettes. Si l'on considère des objets très-proches, comme quand on observe avec le microscope, on prend g égale à la distance à laquelle on voit distinctement les objets.

45. Développons actuellement les formules pour la confusion due à la sphéricité des verres.

Pour un seul verre. Le demi-diamètre de la confusion $= \frac{f k^3}{4^n} R$. Faissant $f = La$ & $H = \frac{L}{L+1}$, substituant dans la valeur de R , & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{Lg}{n}$, le demi-diamètre de la confusion devient $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{v}{HL} \right)$.

Pour deux verres. Le demi-diamètre de la confusion $= \frac{a' f' k^3}{4 f^n} \left(\frac{f}{a'} R + \frac{a'}{f'} R' \right)$. Faissant $f = La$, $f' = L'a'$, $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, substituant dans les valeurs de R & de R' , & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' g}{n}$, on trouve le demi-diamètre de la confusion $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{v}{HL} \right) + \frac{a'}{L'a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{v'}{H'L'} \right) \right)$.

Pour trois verres. Le demi-diamètre de la confusion $= \frac{a' f' f'' k^3}{4 f^n} \left(\frac{f^2}{a'^2 a''^2} R + \frac{a'^2 f''^2}{f^2 a''^2} R' + \frac{a'^2 a''^2}{f^2 f'^2} R'' \right)$. Faissant $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, $H'' = \frac{L''}{L''+1}$, substituant dans les valeurs de R , R' , R'' , & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' L'' g}{n}$, on aura le demi-diamètre de la confusion $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{v}{HL} \right) + \frac{a'}{L'a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{v'}{H'L'} \right) + \frac{a''}{L''a''} \mu'' \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{v''}{H''L''} \right) \right)$.

Pour quatre verres. Le demi-diamètre de la confusion $= \frac{a' a'' a''' a^{(4)} k^3}{4 f^n} \left(\frac{f^3}{a'^2 a''^2 a'''^2} R + \frac{a'^2 f''^2 a'''^2}{f^2 a''^2 a'''^2} R' + \frac{a'^2 a''^2 f'''^2}{f^2 f''^2 a'''^2} R'' + \frac{a'^2 a''^2 a'''^2}{f^2 f''^2 f'''^2} R^{(4)} \right)$. Faissant $f = La$, $f' = L'a'$, &c., $H = \frac{L}{L+1}$, &c., substituant dans les valeurs de R , R' , R'' , $R^{(4)}$, & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' L'' L''' g}{n}$, on trouve que le demi-diamètre de la confusion

$$= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^1} + \frac{y}{H L} \right) + \frac{a^2}{L^2 a} \mu' \left(\frac{\lambda^1}{H^1} + \frac{y^1}{H^1 L^1} \right) + \frac{a^2}{L^2 L^1 a} \mu'' \left(\frac{\lambda^2}{H^2} + \frac{y^2}{H^2 L^2} \right) + \frac{a^2}{L^2 L^1 L^2 a} \mu''' \left(\frac{\lambda^3}{H^3} + \frac{y^3}{H^3 L^3} \right) \right).$$

On trouvera de même que pour cinq verres, le demi-diamètre de la confusion = $\frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^1} + \frac{y}{H L} \right) + \right.$

$$\frac{a^2}{L^2 a} \mu' \left(\frac{\lambda^1}{H^1} + \frac{y^1}{H^1 L^1} \right) + \frac{a^2}{L^2 L^1 a} \mu'' \left(\frac{\lambda^2}{H^2} + \frac{y^2}{H^2 L^2} \right) + \frac{a^2}{L^2 L^1 L^2 a} \mu''' \left(\frac{\lambda^3}{H^3} + \frac{y^3}{H^3 L^3} \right) + \frac{a^2}{L^2 L^1 L^2 L^3 a} \mu^{IV} \left(\frac{\lambda^4}{H^4} + \frac{y^4}{H^4 L^4} \right) \left. \right).$$

On voit ce qu'on aurait pour six, sept, &c., verres.

46. On a supposé que les verres avaient tous une réfraction différente. Si tous avaient la même, μ & y étant alors les mêmes pour tous les verres, il n'y aurait d'autre changement à faire dans ces expressions que d'écrire ces lettres sans les accentuer.

Passons à ce qui concerne la clarté.

47. La clarté dans la vision dépend de la quantité de rayons que l'œil reçoit de chaque point de l'objet. Si le cône ou cylindre de rayons qui entre dans l'œil, remplit la prunelle, on jouit de toute la clarté possible, à moins qu'on ne vienne à illuminer plus fortement l'objet. Si la section de ce cône ou de ce cylindre, à son entrée dans l'œil, est plus petite que la prunelle, la clarté diminue dans le même rapport; c'est ce qui a coutume d'arriver dans tous les instruments de Dioptrique, dans lesquels on a cherché à augmenter considérablement la grandeur apparente; en sorte qu'il importe beaucoup de déterminer l'amplitude du cône ou du cylindre lumineux qui est transmis de chaque point de l'objet à l'œil, quand on regarde au travers des verres.

48. Soit l'œil à la distance où il doit être de l'image formée par des verres. Soit cette distance représentée par n . Quoique l'image occupe un espace fini Ff (fig. 7), on peut faire ici abstraction de la confusion qui en résulte, & considérer les rayons comme se coupant tous en f , d'où ils vont se rendre ensuite dans l'œil, en formant un cône dont les côtés sont avec l'axe un angle $OfR = Dk$, k étant le demi-diamètre de

l'ouverture du premier verre. Ainsi le demi-diametre de la section de ce cône, à son entrée dans l'œil, sera $= Dnk$. Pour avoir ce demi-diametre, relativement au nombre des verres, on n'aura donc qu'à substituer à la place de D , la quantité qui multiplie k dans l'expression de l'angle que font les rayons extrêmes avec l'axe.

49. Pour un verre, $D = \frac{1}{f}$; donc le demi-diametre du cône de lumiere, à son entrée dans l'œil, $= \frac{nk}{f}$.

Pour deux verres, $D = \frac{d'}{ff'}$; donc le demi-diametre de ce cône $= \frac{na'k}{ff'}$.

Pour trois verres, $D = \frac{a'a''}{ff'f''}$; donc ce demi-diametre $= \frac{na'a''k}{ff'f''}$.

On trouve de même que, pour quatre verres, ce demi-diametre $= \frac{na'a''a'''k}{ff'f''f'''}$; que pour cinq, il est $= \frac{na'a''a'''a^{iv}k}{ff'f''f'''f^{iv}}$, &c.

50. Ce demi-diametre forme une détermination très-commode du degré de clarté dont on jouit en regardant au travers des verres. Si donc on représente le degré de clarté par y , on aura $y = Dnk = \frac{gk}{m}$.

51. Si l'on représente par i le demi-diametre de la prunelle, tant que y sera plus grand que i , on aura toute la clarté possible, & elle ne sera susceptible d'être augmentée qu'autant que la prunelle pourra se dilater davantage.

52. Si y est plus petit que i , la clarté dont on jouira sera d'autant plus petite; & dans ce cas, la clarté entiere étant représentée par l'unité, la clarté sera $= \frac{yy}{ii}$, parce que la quantité de rayons qui entrent dans l'œil, est comme le carré du demi-diametre y .

CHAPITRE III.

Du champ apparent & du lieu de l'œil.

53. **L**E champ apparent est, dans les Instrumens de Dioptrique, la portion de l'objet dont les rayons partis de ses différens points, passant par le centre de l'objectif, sont transmis par tous les autres verres. Ainsi la grandeur du champ apparent est déterminée par l'ouverture des verres qui sont au delà de l'objectif.

54. Le lieu de l'œil est le point où il faut placer l'œil pour appercevoir le champ apparent dans son entier. Ce point est évidemment celui où les rayons qui viennent des bords du champ apparent, coupent l'axe des verres.

55. Voyons d'abord comment on détermine le champ apparent, & commençons par remarquer que, d'après sa définition, on peut considérer l'ouverture de l'objectif comme nulle. On négligera toujours l'épaisseur des verres.

56. Supposons l'Instrument composé de deux verres. Soient Ee (fig. 12) le demi-diametre du champ apparent, Fg l'image produite par le 1^{er}. verre AA , $F'g'$ l'image produite par ce premier verre & le second $A'A'$, eD le rayon parti de l'extrémité e du champ apparent, lequel passe par les extrémités g, g' des images, & détermine l'ouverture du dernier verre $A'A'$, & le lieu O de l'œil.

Soient $Ee = \zeta$, $DE = a$, $DF = f$, $FD' = a'$, $D'F' = f'$. L'image $Fg = \frac{f\zeta}{a}$, & l'image $F'g' = \frac{f'\zeta}{a'}$. Représentons par A' le demi-diametre $D'A'$ de l'ouverture du second verre. On le trouvera par cette analogie ; $DF : DD' :: Fg : D'A'$; d'où l'on aura $D'A'$ ou $A' = \frac{a' + f}{a} \zeta$.

Supposant donnée l'ouverture de ce second verre, il est évident qu'on aura aussi-tôt le demi-diametre du champ apparent.

57. Si au delà de ce verre, il y en avait un troisième $A''A''$,

(fig. 13) nommant $F'D''$, a'' , & $D''F''$, f'' , l'image $F''g''$ produite par les trois verres, serait $= \frac{f'f''}{a'a''} \zeta$; & l'on trouverait le demi-diametre $D''A''$ de l'ouverture de ce verre, que nous représenterons par A'' , au moyen de cette proportion; $D'F' : D'A' + F'g' :: F'D'' : D''A'' - F'g'$, ce qui donne $D''A''$ ou $A'' = \frac{D'A' \cdot L''F' + D'' \cdot I'g'}{D'F' - I'g'} = \frac{A' \cdot f''}{f'} + \frac{a''f + ff'}{a'f} \cdot \frac{\zeta}{a}$.

Divisant la valeur de A' par a' , on aura $\frac{A'}{a'} = (1 + \frac{f}{a'}) \cdot \frac{\zeta}{a}$; si l'on divise celle de A'' par a'' , on aura $\frac{A''}{a''} = \frac{A'}{f'} + (\frac{f}{a'} + \frac{ff'}{a'a''}) \cdot \frac{\zeta}{a}$. Retranchant cette dernière équation de la première, on aura $A' (\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}) - \frac{A''}{a''} = (1 - \frac{ff'}{a'a''}) \cdot \frac{\zeta}{a}$.

Les ouvertures des verres étant données, on pourra déterminer le champ apparent, au moyen de cette dernière équation ou de la première $\frac{A'}{a'} = (1 + \frac{f}{a'}) \cdot \frac{\zeta}{a}$. On prendra pour le demi-diametre du champ apparent la plus petite valeur de ζ .

§8. S'il y avoit un quatrième verre $A'''A'''$, (fig. 14) nommant $F''D'''$, a''' , & $D'''F'''$, f''' , l'image $F'''g'''$ produite par les quatre verres, serait $= \frac{f'f''f'''}{a'a''a'''} \zeta$; & pour avoir le demi-diametre $D'''A'''$ de ce verre, on n'aurait qu'à faire cette proportion, $D''F'' : D''A'' + F''g'' :: F''D''' : D'''A''' - F''g''$, d'où l'on tire $D'''A'''$ ou A''' (en nommant A''' le demi-diametre $D'''A'''$ de l'ouverture du verre $A'''A'''$)

$$= \frac{D''A'' \cdot D'''F'' + D''' \cdot F''g''}{D''F'' - F''g''} = \frac{A'' \cdot a'''}{f''} + \frac{a''f'f' + f'f''f'''}{a'a''a'''} \cdot \frac{\zeta}{a}.$$

On aura donc $\frac{A'''}{a'''} = \frac{A''}{f''} + (\frac{f'f''}{a'a''} + \frac{ff'f'''}{a'a''a'''}) \cdot \frac{\zeta}{a}$. Ajoutant cette équation avec l'équation $A' (\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}) - \frac{A''}{a''} = (1 - \frac{ff'}{a'a''}) \cdot \frac{\zeta}{a}$, on aura $A' (\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}) - \frac{A''}{a''} + \frac{A'''}{a'''} = (1 + \frac{ff'f'''}{a'a''a'''}) \cdot \frac{\zeta}{a}$. Soit avec cette équation, soit avec l'une des deux précédentes, on aura la valeur de ζ , & la valeur la plus petite de ζ sera le demi-diametre du champ apparent.

Si l'on avoit cinq verres, on trouveroit, en se conduisant de même, l'équation $A' (\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}) - \frac{A''}{a''} (\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}) +$

$$A'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{j''} \right) - \frac{A''}{f''} = \left(1 + \frac{f' f''}{a'' a' f''} \right) \frac{1}{a'}.$$

On voit à présent comment le champ apparent dépend de l'ouverture de chacun des verres.

59. Si on nomme $F, F', F'', \&c.$, les distances focales des verres $AA, A'A', A''A'', A'''A''', \&c.$, on a $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$, $\frac{1}{F'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}$, $\frac{1}{F''} = \frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}$, $\frac{1}{F'''} = \frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}$, $\&c.$; & par conséquent $A' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{j'} \right) = \frac{A'}{F'}$, $A'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{j''} \right) = \frac{A''}{F''}$, $\&c.$ Mais pour que les courbures des surfaces des verres ne soient pas d'un trop grand nombre de degrés, il faut que les ouvertures soient renfermées dans certaines limites; il faut que $A' < \frac{1}{2} F'$, $A'' < \frac{1}{2} F''$, $\&c.$; & suivant la forme des verres, il faut prendre la valeur des fractions $\frac{A'}{F'}$, $\frac{A''}{F''}$, $\&c.$, assez au-dessous de $\frac{1}{2}$ pour ne pas surpasser $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$.

Ainsi, si l'on fait $A' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{j'} \right) = \pi$, $A'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{j''} \right) = \pi'$, $A''' \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{j'''} \right) = \pi''$, $\&c.$, ces lettres $\pi, \pi', \pi'', \&c.$, désigneront des fractions dont la valeur sera au plus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$; en sorte qu'il faudra prendre garde de supposer à ces lettres une valeur trop grande. Ces mêmes lettres désignent, comme l'on voit, le quotient du demi-diamètre de l'ouverture divisé par la distance focale, que M. Euler nomme *rappôt d'ouverture*. Comme on est le maître de la valeur qu'on peut donner à ces lettres, pourvu qu'on ne passe pas les limites qu'on vient de prescrire, il sera bon de les faire entrer dans le calcul, & de déterminer les autres par elles; car on obtient, par leur secours, une expression très-simple du champ apparent. On pourra, par cette raison, introduire aussi le champ apparent dans le calcul. Supposons $\frac{1}{a} = \phi$, en sorte que ϕ soit l'angle sous lequel on appercevrait le demi-diamètre du champ apparent si on plaçait l'œil à l'objectif. Introduisons les nombres $\pi, \pi', \pi'', \&c.$ & ϕ , & voyons comment ils nous donnent les autres quantités.

60. Proposons-nous de déterminer les quantités $a, f; a', f'; a'', f''$, $\&c.$

&c., au moyen de ces nombres. Puisque $\pi = A' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} \right)$,
 $\pi' = A'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} \right)$, &c., on aura $A' = \frac{\pi a' f'}{a' + f'}$,
 $A'' = \frac{\pi' a'' f''}{a'' + f''}$, $A''' = \frac{\pi'' a''' f'''}{a''' + f'''}$, &c.

Et les équations trouvées ci-dessus pour la détermination du champ apparent, deviendront $\frac{\pi f'}{a' + f'} = \left(1 + \frac{f'}{a'} \right) \phi$, $\pi - \frac{\pi' f''}{a'' + f''} = \left(1 - \frac{f''}{a''} \right) \phi$, $\pi - \pi' + \frac{\pi'' f'''}{a''' + f'''} = \left(1 + \frac{f'''}{a'''} \right) \phi$,
 $\pi - \pi' + \pi'' - \frac{\pi''' f'''}{a''' + f'''} = \left(1 - \frac{f'''}{a'''} \right) \phi$, &c.

Faisons $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, $f''' = L'''a'''$, &c., en sorte que L , L' , L'' , &c., marquent des nombres absolus, les équations précédentes deviendront

$$\frac{L' \pi}{L' + 1} = \left(1 + \frac{L a}{a'} \right) \phi, \quad \pi - \frac{L'' \pi'}{L'' + 1} = \left(1 - \frac{L' a'}{a''} \right) \phi,$$

$$\pi - \pi' + \frac{L''' \pi''}{L''' + 1} = \left(1 + \frac{L'' a''}{a'''} \right) \phi, \quad \pi - \pi' + \pi'' - \frac{L'''' \pi'''}{L'''' + 1} = \left(1 - \frac{L''' a'''}{a''''} \right) \phi, \quad \&c.,$$

d'où l'on tirera $a' = \frac{L(L' + 1) a \phi}{L' \pi - (L' + 1) \phi}$, $a'' = \frac{L L' (L'' + 1) a \phi}{L'' \pi' - (L'' + 1) (\pi - \phi)}$, $a''' = \frac{L L' L'' (L''' + 1) a \phi}{L''' \pi'' - (L''' + 1) (\pi' - \pi + \phi)}$,
 $a'''' = \frac{L L' L'' L''' (L'''' + 1) a \phi}{L'''' \pi''' - (L'''' + 1) (\pi'' - \pi' + \pi'' - \phi)}$, &c.

Donc $f' = \frac{L L' (L' + 1) a \phi}{L' \pi - (L' + 1) \phi}$, $f'' = \frac{L L' L'' (L'' + 1) a \phi}{L'' \pi' - (L'' + 1) (\pi - \phi)}$,
 $f''' = \frac{L L' L'' L''' (L''' + 1) a \phi}{L''' \pi'' - (L''' + 1) (\pi' - \pi + \phi)}$, $f'''' = \frac{L L' L'' L''' L'''' (L'''' + 1) a \phi}{L'''' \pi''' - (L'''' + 1) (\pi'' - \pi' + \pi'' - \phi)}$, &c.

Et les distances focales seront $F = \frac{L a}{L + 1}$, $F' = \frac{L L' a \phi}{L' \pi - (L' + 1) \phi}$,
 $F'' = \frac{L L' L'' a \phi}{L'' \pi' - (L'' + 1) (\pi - \phi)}$, $F''' = \frac{L L' L'' L''' a \phi}{L''' \pi'' - (L''' + 1) (\pi' - \pi + \phi)}$,
 $F'''' = \frac{L L' L'' L''' L'''' a \phi}{L'''' \pi''' - (L'''' + 1) (\pi'' - \pi' + \pi'' - \phi)}$, &c.

61. On observera que tous les nombres introduits dans le calcul, pouvant être pris positivement & négativement, il faut toujours les prendre tels que les intervalles des verres, $f + a$, $f' + a''$, $f'' + a'''$, &c., soient positifs.

62. Pour simplifier les formules précédentes, on n'aura qu'à

E

faire $\frac{L}{L+1} = H$, $\frac{L'}{L'+1} = H'$, $\frac{L''}{L''+1} = H''$, &c., en sorte que $L = \frac{H}{1-H}$, $L' = \frac{H'}{1-H'}$, $L'' = \frac{H''}{1-H''}$, &c., & l'on aura $a' = \frac{L a \varphi}{H' \pi - \varphi}$, $a'' = \frac{L' L' a \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}$, $a''' = \frac{L' L' L' a \varphi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$,

$$a^{iv} = \frac{L' L' L' L' a \varphi}{H^{iv} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}, \text{ \&c.}, f' = \frac{L' L' a \varphi}{H' \pi - \varphi},$$

$$f'' = \frac{L' L' L' a \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}, f''' = \frac{L' L' L' L' a \varphi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi},$$

$$f^{iv} = \frac{L' L' L' L' L' a \varphi}{H^{iv} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}, \text{ \&c.}$$

$$\text{Et les distances focales seront } F = H a, F' = \frac{L H' a \varphi}{H' \pi - \varphi},$$

$$F'' = \frac{L' L' H'' a \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}, F''' = \frac{L' L' L' H''' a \varphi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi},$$

$$F^{iv} = \frac{L' L' L' L' H^{iv} a \varphi}{H^{iv} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}, \text{ \&c.}$$

Ayant les quantités a' , f' , a'' , f'' , &c., on aura les intervalles des verres. Et comme le demi-diamètre de l'ouverture d'un verre est égal au nombre π qui appartient à ce verre, multiplié par la distance focale, on aura aussi le demi-diamètre de l'ouverture de chaque verre, puisqu'on connaît sa distance focale.

63. Il reste maintenant à déterminer l'endroit où il faut placer l'œil pour appercevoir le champ apparent dans son entier. On considérera l'ouverture de la prunelle comme nulle, ou ce qui revient au même, comme réduite à un point.

Pour deux verres (fig. 12), le lieu de l'œil O se trouvera par cette proportion, $D'A' + F'g' : D'F' :: D'A' : D'O$; donc

$$D'O = \frac{D'A' \cdot D'F'}{D'A' + F'g'}. \text{ Mais (62) l'on a } D'A' = \frac{L H' a \varphi}{H' \pi - \varphi};$$

$$F'g' = \frac{f' L' a}{a'} = L' L' a \varphi; \text{ donc } D'A' + F'g' = \frac{L' (L' + 1) H' \pi - L' \varphi}{H' \pi - \varphi} = \frac{L' L' (\pi - \varphi) a \varphi}{H' \pi - \varphi}, \text{ à cause que } (L' + 1) H' = L';$$

$$\text{donc } \frac{D'A'}{D'A' + F'g'} = \frac{H' \pi}{L' (\pi - \varphi)}; \text{ de plus } D'F' = f' = \frac{L' L' a \varphi}{H' \pi - \varphi}; \text{ donc } D'O = \frac{L' H' a \varphi}{(\pi - \varphi) (H' \pi - \varphi)}.$$

Le lieu de l'œil pour trois verres (fig. 13), se trouvera par cette analogie, $D''A'' + F''g'' : D''F'' :: D''A'' : D''O$;

donc $D^n O = \frac{D^n A^n \cdot L^n I^n}{D^n A^n + F^n g^n}$. Mais (62) l'on a $L^n A^n =$

$$\frac{L L' H^n a \pi' \phi}{H^n \pi' - \pi + \phi}; F^n g^n = \frac{f f' f'' \zeta}{a a' a'' b} = L L' L^n a \phi; \text{ donc } D^n A^n +$$

$$F^n g^n = \frac{L L' (L^n + 1) H^n \pi' - L^n \pi + L^n \phi a \phi}{H^n \pi' - \pi + \phi} = \frac{L L' L^n (\pi' - \pi + \phi) a \phi}{H^n \pi' - \pi + \phi},$$

à cause que $(L^n + 1) H^n = L^n$; donc $\frac{L^n A^n}{D^n A^n + F^n g^n} =$

$$\frac{H^n \pi'}{L^n (\pi' - \pi + \phi)}; \text{ de plus } D^n F^n = f^n = \frac{L L' L^n a \phi}{H^n \pi' - \pi + \phi};$$

$$\text{ donc } D^n O = \frac{L L' H^n a \pi' \phi}{(\pi' - \pi + \phi)(H^n \pi' - \pi + \phi)}.$$

Pour quatre verres, on trouvera pour le lieu de l'œil,

$$D^n O = \frac{L L' L^n H^n a \pi^n \phi}{(\pi^n - \pi' + \pi - \phi)(H^n \pi^n - \pi' + \pi - \phi)}.$$

Pour cinq verres, on aura pour le lieu de l'œil,

$$D^n O = \frac{L L' L^n L^m H^n a \pi^m \phi}{(\pi^m - \pi^n + \pi' - \pi + \phi)(H^n \pi^m - \pi^n + \pi' - \pi + \phi)}.$$

Et ainsi d'un plus grand nombre.

64. Il faut donc que, dans tous les cas, la distance de l'œil vienne positive; car si elle se trouvait négative, l'œil ne pourrait jamais appercevoir tout le champ apparent. Dans le cas où la distance de l'œil se trouve négative, il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, & alors on ne verra pas davantage que si l'ouverture de ce verre était égale à la grandeur de la prunelle.

65. Les suppositions demeurant les mêmes, cherchons la disposition que doivent avoir les verres, pour que l'œil placé en son lieu voye distinctement l'objet.

Comme on suppose nulle ou infiniment petite l'ouverture de l'objectif, il ne peut y avoir d'autre confusion, dans la vision, que celle qui viendrait de ce que l'œil ne serait pas à une distance convenable de la dernière image. Pour que cette confusion n'ait point lieu, on n'aura donc qu'à disposer les verres de manière que la dernière image tombe à la distance de l'œil à laquelle il voit distinctement les objets. Représentons cette distance par n . Comme dans les figures le lieu de l'œil tombe entre le dernier verre & l'image produite par ce verre, & qu'il doit tomber au contraire au delà de cette dernière image,

on n'aura qu'à prendre négativement la distance de l'œil à cette image, & l'égaliser à n .

Pour deux verres.

On a $F'O = \frac{D'O \cdot F'A'}{L'A'}$. Mais $D'O = \frac{L H' a \pi \varphi}{(\pi - \varphi)(H' \pi - \varphi)}$,
 $F'g' = LL' a \varphi$, $D'A' = \frac{L H' a \pi \varphi}{H' \pi - \varphi}$; donc $F'O = \frac{L L' a \varphi}{\pi - \varphi}$.
 Prenant cette valeur de $F'O$ négativement, & l'égalant à n ,
 on aura $-\frac{L L' a \varphi}{\pi - \varphi} = n$, d'où l'on tire, pour le second verre,
 $L' = -\frac{(\pi - \varphi)n}{L a \varphi}$, & pour le lieu de l'œil,
 $D'O = -\frac{H' \pi n}{L'(H' \pi - \varphi)}$.

Pour trois verres.

On a $F''O = \frac{L''O \cdot F''A''}{L''A''}$. Or $D''O = \frac{L L' H'' a \pi' \varphi}{(\pi' - \pi + \varphi)(H'' \pi' - \pi + \varphi)}$,
 $F''g'' = L L' L'' a \varphi$, $D''A'' = \frac{L L' H'' a \pi' \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}$; donc
 $F''O = \frac{L L' L'' a \varphi}{\pi' - \pi + \varphi}$. Donc, on aura $-\frac{L L' L'' a \varphi}{\pi' - \pi + \varphi} = n$, d'où
 l'on tire, pour le dernier verre, $L'' = -\frac{(\pi' - \pi + \varphi)n}{L L' a \varphi}$, &
 pour le lieu de l'œil, $D''O = -\frac{H'' \pi' n}{L''(H'' \pi' - \pi + \varphi)}$.

Pour quatre verres.

On trouvera de même pour le quatrième, $L''' =$
 $-\frac{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)n}{L L' L'' a \varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D'''O =$
 $-\frac{H''' \pi'' n}{L'''(H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi)}$.

Pour cinq verres.

On trouvera pour le cinquième, $L^{IV} = -\frac{(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi)n}{L L' L'' L''' a \varphi}$,
 & pour le lieu de l'œil, $D^{IV}O = -\frac{H^{IV} \pi''' n}{L^{IV}(H^{IV} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi)}$.

Et ainsi pour un plus grand nombre de verres.

66. Jusqu'à présent on a considéré le champ apparent φ comme donné, & delà on a déterminé l'espece & la disposition convenables des verres, pour que le champ apparent soit d'une grandeur donnée, & on a trouvé que rien n'empêche de fa-

tisfaire à cette condition, les nombres L , L' , L'' , L''' , &c., étant absolument arbitraires, de même que les nombres π , π' , π'' , π''' , &c., pourvu toutefois qu'on prenne ceux-ci au dessous de $\frac{1}{2}$ ou de $\frac{1}{4}$. Mais on n'a pas tenu compte de la quantité dont l'objet doit paraître amplifié, & cette amplification borne tellement le champ apparent, qu'il ne doit pas passer certaines limites. Ainsi il est nécessaire d'introduire l'amplification ou grossissement dans l'expression du champ apparent.

67. Soit g la distance à laquelle on rapporte l'amplification. Le demi-diamètre $a\phi$ du champ apparent sera donc vu, à l'œil nud, à la distance g , sous un angle dont la tangente $= \frac{a\phi}{g}$. Si donc m marque la quantité de fois que la même grandeur $a\phi$ doit être amplifiée, vue au travers des verres, il faut qu'on l'aperçoive sous un angle dont la tangente $= \frac{ma\phi}{g}$. Or il sera facile d'avoir cet angle; d'où l'on aura l'angle ϕ , & par conséquent le demi-diamètre $a\phi$ du champ apparent. Comme cette amplification se rapporte, non aux angles mêmes, mais à leurs tangentes, il est évident qu'il n'y a que les parties de l'objet situées près du centre E , qui soient amplifiées dans le rapport donné, & que celles qui en sont plus éloignées, sont amplifiées dans un moindre rapport.

Supposons deux verres.

La tangente de l'angle sous lequel l'image $F'g'$ (fig. 12) est vue par l'œil placé en O , $= \frac{D'A'}{L'O} = \pi - \phi$; si donc $\frac{ma\phi}{g}$ est l'angle sous lequel cette image doit être aperçue, on aura $\pi - \phi = \frac{ma\phi}{g}$, d'où l'on tire $\phi = \frac{\pi g}{m a + g}$.

L'objet paraîtra renversé.

Pour que la vision soit distincte, il faut, en introduisant la valeur de ϕ dans celle de L' , que $L' = -\frac{m n}{L g}$, & par conséquent que $H' = -\frac{m n}{L g - m n}$.

Substituant ces valeurs de L' & de H' , avec celle de ϕ , dans l'expression du lieu de l'œil, on aura $D'O = \frac{L g n (m a + g)}{m^2 a n + L g^2}$.

Pour trois verres.

La tangente de l'angle sous lequel l'œil placé en O (fig. 13) voit l'image $F''g''$, $= \frac{D''A''}{D''O} = \pi' - \pi + \phi$; cette image doit être vue sous l'angle $\frac{m\alpha\phi}{g}$; on aura donc $\pi' - \pi + \phi = \frac{m\alpha\phi}{g}$, d'où l'on tire $\phi = \frac{(\pi' - \pi)g}{m\alpha - g}$.

L'objet est vu droit.

Ensuite, pour que la vision soit distincte, il faut que $L'' = -\frac{m\alpha}{L'L'g}$, & par conséquent que $H'' = -\frac{mn}{L'L'g - m\alpha}$. Substituant ces valeurs de L'' & de H'' , avec celle de ϕ , dans l'expression du lieu de l'œil, on aura

$$D''O = \frac{L'L'gn(m\alpha - g)\pi'}{(m^2\alpha n - L'L'g^2)\pi' + m\alpha(L'L'g - m\alpha)\pi}.$$

Pour quatre verres.

La tangente de l'angle sous lequel l'œil placé en O (fig. 14) voit l'image $F'''g'''$, $= \frac{D'''A'''}{D'''O} = \pi'' - \pi' + \pi - \phi$. Cette image doit être vue sous l'angle $\frac{m\alpha\phi}{g}$; on aura donc $\pi'' - \pi' + \pi - \phi = \frac{m\alpha\phi}{g}$, d'où l'on tire $\phi = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi)g}{m\alpha + g}$.

L'objet est vu renversé.

Ensuite, pour que la vision soit distincte, il faut que $L''' = -\frac{m\alpha}{L'L'L''g}$, & par conséquent que $H''' = -\frac{mn}{L'L'L''g - m\alpha}$. Substituant ces valeurs de L''' & de H''' , avec celle de ϕ , dans l'expression du lieu de l'œil, on aura

$$D'''O = \frac{L'L'L''gn(m\alpha + g)\pi''}{(m^3\alpha + L'L'L''g^2)\pi'' + m\alpha(L'L'L''g - m\alpha)(\pi' - \pi)}.$$

Pour cinq verres.

La tangente de l'angle sous lequel l'œil placé en O (fig. 14) voit l'image $F^{iv}f^{iv}$, $= \frac{D^{iv}A^{iv}}{D^{iv}O} = \pi^{iv} - \pi'' + \pi' - \pi + \phi$; cette image doit être vue sous l'angle $\frac{m\alpha\phi}{g}$; on aura donc $\pi^{iv} - \pi'' + \pi' - \pi + \phi = \frac{m\alpha\phi}{g}$, d'où l'on tire

$$\phi = \frac{(\pi^{iv} - \pi'' + \pi' - \pi)g}{m\alpha - g}.$$

70. On peut donc augmenter le champ apparent, en multipliant les verres. Mais on voit aussi que plus on amplifie l'objet, plus on fait diminuer le champ apparent.

71. On peut prendre positivement ou négativement le nombre m qui exprime le grossissement. Si on le prend positivement, alors l'objet est vu renversé, lorsque le nombre des verres est pair; & on le voit dans sa situation naturelle, si le nombre des verres est impair. Le contraire arrive, si m est un nombre négatif.

72. On remarquera que le champ apparent est renfermé dans des limites qu'il ne peut jamais passer, quel que soit le nombre des verres qu'on emploie, & quelle que soit leur disposition. Car l'angle que font avec l'axe les rayons qui entrent dans l'œil placé en O , ne pouvant guères être de plus de 60 degrés, puisqu'à la vue simple on ne peut appercevoir dans le ciel un espace plus grand que 120 degrés, si on suppose cet angle le plus grand que l'œil peut embrasser, d'environ 63 degrés, dont la tangente $= 2$, on aura, pour un nombre quelconque de verres, $\frac{m a \phi}{g} = 2$, d'où l'on a $\phi = \frac{2g}{m a}$, & $a \phi = \frac{2g}{m}$. Ainsi, étant donnés le grossissement m & la distance g à laquelle on le rapporte, le demi-diamètre de la portion de l'objet qu'on peut appercevoir, ne peut jamais être plus grand que $\frac{2g}{m}$. Dans les lunettes où $g = a$, & où le demi-diamètre du champ apparent s'estime par l'angle même ϕ , sa tangente ne peut donc jamais être plus grande que $\frac{2}{m}$.

73. On observera au sujet du lieu de l'œil, que rien n'oblige d'y placer l'œil exactement. Cela ne serait nécessaire qu'autant que la prunelle aurait extrêmement peu d'ouverture, parce qu'autrement l'œil ne pourrait recevoir tous les rayons transmis par les verres. Mais comme elle est toujours ouverte d'une certaine quantité, on peut, sans rien perdre, écarter un peu l'œil de ce lieu-là, en sorte qu'il serait superflu de chercher à l'y placer trop exactement, à moins que l'ouverture du dernier verre ne fût très-grande. Mais si elle ne surpasse pas la prunelle,

nelle, & même qu'elle soit plus petite, il est évident qu'en appliquant l'œil immédiatement contre ce dernier verre, il reçoit tous les rayons, & apperçoit le même champ apparent que si on le mettait au lieu qui lui est assigné. Si donc, dans ces cas, la distance de ce lieu-là se trouve négative, l'œil ne perd rien du champ apparent, pourvu qu'il soit appliqué immédiatement contre le dernier verre.

CHAPITRE IV.

De l'Aberration de Réfrangibilité.

74. **L'**Aberration de réfrangibilité est la variation occasionnée dans le foyer ou lieu de l'image produite par un ou plusieurs verres, par la diverse réfrangibilité des rayons de lumière. Voyons comment on la détermine, abstraction faite de l'épaisseur de ces verres. On a, pour le premier verre, $\frac{1}{f} = (P - 1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \frac{1}{a}$.

Pour avoir la variation qu'occasionne la différente réfrangibilité dans le foyer ou le lieu de l'image produite par ce verre, on n'aura qu'à différencier, en faisant varier f & P , & on aura $df = -ff dP \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$, ou $df = -\frac{ffdP}{P-1} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$, à cause que $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{P-1} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)$, ou enfin $df = -\frac{ffdP}{(P-1)F}$, parce que $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$, F désignant la distance focale.

Ce foyer ou image peut être considéré comme un point lumineux ou objet qui envoie des rayons sur un second verre placé au delà du premier; or, la différente réfrangibilité rendant variable sa distance à ce second verre, il en résultera nécessairement une double variation dans le foyer ou image produite par ce verre, & cet effet sera encore beaucoup plus considérable dans les verres suivants.

F

75. Ayant donc pour ce second verre $\frac{1}{f'} = (P - 1)$
 $(\frac{1}{v'} + \frac{1}{v'}) - \frac{1}{a'}$, pour avoir la variation produite dans le
 foyer ou image, par la différente réfrangibilité, il faudra diffé-
 rencier en faisant varier f , P & a' ; on aura $df' =$
 $-\frac{f' dP}{P-1} (\frac{1}{v'} + \frac{1}{v'}) - \frac{f' f' d a'}{a' a'}$, ou $df' = -\frac{f' f' d P}{(P-1) f'}$
 $-\frac{f' f' d a'}{a' a'}$, F' étant la distance focale de ce second verre.

Si le rapport de réfraction pour ce second verre était diffé-
 rent du rapport de réfraction pour le premier, représentant
 ce nouveau rapport par F' , on aurait $df' = -\frac{f' f' d P'}{(P'-1) f'}$
 $-\frac{f' f' d a'}{a' a'}$.

Comme l'intervalle $f + a'$ des deux verres est constant,
 on aura $d(f + a') = 0$, ou $da' = -df$; ainsi, si l'on veut
 chasser da' , on n'aura qu'à substituer, à sa place, la valeur de
 $-df$.

76. Si on a un troisieme verre au delà du foyer ou image
 produite par le second, pour lequel on ait $\frac{1}{f''} = (P - 1)$
 $(\frac{1}{v''} + \frac{1}{v''}) - \frac{1}{a''}$, on aura de même $df'' = -\frac{f'' f'' d P}{P-1} (\frac{1}{v''} + \frac{1}{v''})$
 $-\frac{f'' f'' d a''}{a'' a''}$, ou $df'' = -\frac{f'' f'' d P}{(P-1) f''} - \frac{f'' f'' d a''}{a'' a''}$.

Comme la distance $f' + a''$ de ce troisieme verre au second
 est constante, on aura $df' + da'' = 0$, ou $da'' = -df'$;
 ainsi on pourra faire disparaître da'' en substituant, à sa place,
 la valeur de $-df'$.

Si le rapport de réfraction est différent pour ce troisieme
 verre, & représenté par F'' , on aura $df'' = -\frac{f'' f'' d P''}{F''-1} (\frac{1}{v''} + \frac{1}{v''})$
 $-\frac{f'' f'' d a''}{a'' a''}$, ou $df'' = -\frac{f'' f'' d F''}{(F''-1) f''} - \frac{f'' f'' d a''}{a'' a''}$.

77. Si on a un quatrieme verre situé au delà de l'image
 produite par le troisieme, pour lequel on ait $\frac{1}{f''' } = (P - 1)$
 $(\frac{1}{v'''} + \frac{1}{v'''}) - \frac{1}{a'''}$, on aura de même la variation produite
 dans le lieu de son image par la différente réfrangibilité, ex-

primée par $df''' = -\frac{j'''j'''dP}{P-1} \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{j'''}\right) - \frac{j'''j'''da'''}{a'''a'''};$

ou $df''' = -\frac{j'''j'''dP}{(P-1)f'''} - \frac{j'''j'''da'''}{a'''a'''}.$

La distance $f'' + a''$ de ce verre au troisieme étant constante, on aura $da''' = -df''$; ainsi on pourra faire disparaître da''' , en introduisant, à sa place, la valeur de $-df''$.

Si le rapport de réfraction pour ce verre était F'' , on aurait $df''' = -\frac{j'''j'''dF''}{F''-1} \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{j'''}\right) - \frac{j'''j'''da'''}{a'''a'''};$ ou $df''' = -\frac{j'''j'''dF''}{(F''-1)f'''} - \frac{j'''j'''da'''}{a'''a'''}.$

Et ainsi d'un plus grand nombre de verres.

78. Dans le verre commun, $P = 1,55$ pour les rayons de réfrangibilité moyenne. Pour les rouges, on a $P - dP = 1,54$, & pour les violets, $P + dP = 1,56$; en sorte que $dP = \frac{1}{100}$, si l'on considère la quantité dont l'image produite par les rayons rouges est plus éloignée du verre que celle qui est produite par les rayons moyens, ou la quantité dont l'image produite par les rayons violets est moins éloignée que cette image moyenne, prenant négativement cette différence dP dans le premier cas, & positivement dans le second.

79. Non-seulement la diverse réfrangibilité des rayons fait varier le lieu de l'image, elle fait varier encore la grandeur de cette image. Comme on connaît la grandeur de l'image produite par tant de verres qu'on voudra, on aura aisément par la différenciation, le changement que lui occasionne la différente réfrangibilité de la lumière.

80. La diverse réfrangibilité altérant donc doublement l'image, il en résulte une double confusion dans la vision. Pour découvrir de quelle manière on pourra la faire disparaître, remarquons d'abord que si Ii (fig. 16) est l'image produite par les rayons moyens, Rr & Vv seront les images produites par les rayons rouges & les rayons violets, que les intervalles IR , IV entre ces images & l'image Ii sont égaux, & que les différences $Ii - Rr$, $Vv - Ii$ sont aussi égales; que de plus ces images ne sont pas les seules, qu'il y en a une multitude d'autres entre les extrêmes Rr & Vv , lesquelles se pré-

sentent de même à l'œil; d'où il suit que plus il y aura de différence tant dans le lieu que dans la grandeur de ces images, plus il y aura de confusion dans la vision. Le moyen d'anéantir cette confusion serait donc de trouver une forme & une disposition des verres, telles que l'intervalle RV & les différences entre les images Rr , Vv devinssent nuls; en sorte qu'on ne peut détruire entièrement cette confusion qu'en satisfaisant à ces deux conditions à la fois. Au reste si l'on ne peut satisfaire à toutes les deux à la fois, il y aura au moins un lieu O où la confusion sera très-peu sensible pour l'œil qui y sera placé, lequel sera au point de concours de la droite rv avec l'axe; car toutes les extrémités des images v, i, r seront vues par des rayons qui se confondront, en sorte que le bord de l'objet ne paraîtra nullement coloré. C'est pourquoi si le point O convient en même-tems avec le vrai lieu de l'œil, il n'y aura d'autre confusion que celle qui provient de ce que les images Rr , Vv soient peut-être trop écartées de l'image moyenne Ii qu'on suppose à la distance de l'œil à laquelle il voit distinctement les objets, d'où il ne peut résulter de couleurs. On voit donc qu'il n'est rien moins qu'impossible de délivrer les Instrumens de Dioptrique du défaut de faire paraître colorés les bords des objets. Pour parvenir à les délivrer de ce défaut, il est évident que tout se réduit à déterminer le point O où concourt avec l'axe, la droite qui passe par les extrémités v, i, r des images, & à faire en sorte qu'il convienne avec le lieu de l'œil déterminé dans le dernier chapitre, au cas que cela soit possible; d'où l'on voit que le lieu de l'œil doit avoir cette propriété, que la variation que peut éprouver le rapport de réfraction P , ne fasse souffrir aucun changement à l'angle sous lequel l'œil apperçoit la dernière image. Il faudra voir ensuite si on ne pourrait point anéantir ou rendre les plus petits possibles les intervalles IR & IV .

+

81. Supposons d'abord un Instrument de Dioptrique composé de deux verres, & voyons quelle disposition il faut donner à ces verres pour que l'œil étant placé au lieu qu'exige le champ apparent, l'objet soit vu sans aucune espece de confusion pro-

Smith

duite par la différente réfrangibilité des rayons. Supposons que les verres soient de même espèce.

La grandeur de l'objet Ee (fig. 12) étant supposée $= \zeta$, l'image $F'g' = \frac{ff'}{a'a'}\zeta$. Soit θ la distance $D'O$ de l'œil O au second verre $A'A'$; on aura, à cause de $F'O = f' - \theta$, la

tangente de l'angle $F'Og'$, $= \frac{ff'}{a'a'} \cdot \frac{\zeta}{f' - \theta}$, expression à la-

quelle la différente réfrangibilité des rayons ne doit point faire éprouver de changement. Si donc on en prend la différence, il faudra l'égaliser à zéro. On la différenciera en faisant varier

f , a' , f' , & pour plus de commodité, on en différenciera le logarithme, ce qui donnera, en égalant à zéro, $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} + \frac{df'}{f'}$

$- \frac{df'}{f' - \theta} = 0$, ou $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} - \frac{\theta df'}{f'(f' - \theta)} = 0$, ou $df \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \right)$

$- \frac{\theta df'}{f'(f' - \theta)} = 0$, à cause de $da' = -df$. Mais si l'on fait

$f = La$, $f' = L'a'$, on aura $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{a+f}{af} = \frac{L+1}{La}$, & $\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} = \frac{L'+1}{L'a'}$. Substituant dans les valeurs de df & de df' ,

trouvées ci-dessus, on aura $df = -\frac{dP}{P-1} L(L+1)a$, &

$df' = -\frac{dP}{P-1} L'(L'+1)a' - L'L'da' = -\frac{dP}{P-1}$

$(LL'(L+1)a + L'(L'+1)a')$. De plus on a cette

proportion, $D'A':Fg'::D'F+FD:FD$, laquelle donne

$\frac{D'F+FD}{FD} = \frac{D'A'}{Fg'}$; mais $FD = f$, $D'F = a'$, $D'A' =$

$\frac{\pi a'f'}{a'+f'} = \frac{\pi L'a'}{L'+1}$, $Fg' = La\phi$; on aura donc $\frac{f+a'}{f} = \frac{\pi L'a'}{L(L'+1)a\phi}$,

ou $\frac{f+a'}{f} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a'} = \frac{\pi L'}{L(L'+1)a\phi}$. Et, pour que le lieu de

l'œil convienne avec celui qu'exige le champ apparent, il faut

que $\theta = \frac{D'A' \cdot D'F}{D'A' + F'g'} = \frac{\pi a'f'}{\pi a' + L(L'+1)a\phi}$; par conséquent

$f' - \theta = \frac{f' \cdot L(L'+1)a\phi}{\pi a' + L(L'+1)a\phi}$, & $\frac{\theta df'}{f'(f' - \theta)} = \frac{\pi}{L(L'+1)a\phi}$.

Faisant les substitutions dans l'équation $df \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \right) -$

$\frac{\theta df'}{f'(f' - \theta)} = 0$, elle devient $\frac{\pi da'}{La\phi} = 0$, à laquelle si l'on peut sa-

tisfaire, les bords de l'objet paraîtront sans couleurs.

Si la distance de l'œil se trouvait négative, alors il faudrait appliquer l'œil contre le dernier verre. Supposant donc alors $\theta = 0$, l'équation pour la destruction des couleurs serait $df \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'} \right) = 0$, ou, après les substitutions, $\frac{(L+1)L'\pi}{(L'+1)^2} = 0$, ou $\frac{(L+1)L'\pi}{(L'+1)^2} = 0$, en faisant $\frac{L'}{L'+1} = H'$.

On détruirait ce qui reste de confusion, si l'on pouvait rendre $df' = 0$, ce qui donnerait l'équation $L(L+1)L'a + (L'+1)a' = 0$, ou $\frac{L+1}{L}a + \frac{L'+1}{L'L'}a' = 0$.

Si le rapport de réfraction pour le second verre est différent de celui qui appartient au premier, on a $df' =$

$-\frac{dP}{P-1}L(L+1)L'a - \frac{dF'}{F'-1}L'(L'+1)a'$. Et alors l'équation pour l'anéantissement des couleurs, est $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{L a \pi} = 0$, si la distance de l'œil est positive; & si la distance de l'œil est négative, l'équation est $\frac{dP}{P-1}(L+1)L'a\pi = 0$.

Enfin l'équation pour l'anéantissement de ce qui reste de confusion, c'est-à-dire, pour la réunion des images en une seule, est $\frac{dP}{P-1}L(L+1)L'a + \frac{dF'}{F'-1}(L'+1)a' = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L}a + \frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{L'+1}{L'L'}a' = 0$.

82. Supposons actuellement l'instrument composé de trois verres, & supposons-les d'abord de même espèce. La grandeur de l'objet Ee (fig. 13) étant supposée $= z$, la dernière image $F''g'' = \frac{ff'f''z}{aa'a''}$. Nommant donc θ la distance $D''O$ de l'œil au dernier verre $A''A''$, on aura $OF'' = f'' - \theta$, & la tangente de l'angle $F''Og'' = \frac{ff'f''}{aa'a''} \cdot \frac{z}{f'' - \theta}$. Or, la réfrangibilité différente des rayons de lumière ne doit point faire souffrir de changement à cette expression. Il faudra donc en égaler la différentielle à zéro. Prenant donc, pour la commodité, la différence de son logarithme, en faisant varier f, f', f'', a', a'' & a'' , on aura $\frac{df}{f} + \frac{df'}{f'} + \frac{df''}{f''} - \frac{da'}{a'} - \frac{da''}{a''} - \frac{df''}{f'' - \theta} = 0$, ou $\frac{df}{f} + \frac{df'}{f'} - \frac{da''}{a''} - \frac{\theta da''}{j^2(j'' - \theta)} = 0$, ou $df \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'} \right) +$

$df' \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{2''} \right) - \frac{\theta df''}{j''(j'' - \theta)} = 0$, à cause de $da' = -df$ & de $da'' = -df'$.

On a déjà df & df' sous la forme convenable. A l'égard de df'' , on aura, en faisant $f'' = L'' a''$, en sorte que $\frac{1}{2''} + \frac{1}{j''} = \frac{L'' + 1}{L'' j''}$, $df'' = -\frac{dP}{P-1} L'' (L'' + 1) a'' - L'' L'' da'' = -\frac{dP}{P-1} (L (L + 1) L'' L'' a + L' (L' + 1) L'' L'' a' + L'' (L'' + 1) a'')$.

Ensuite on a cette proportion, $D' A' + F' g' : D' F' :: D'' A'' - F' g' : D'' F'$, donc $\frac{D' A' + F' g'}{D' F'} = \frac{D'' A'' - F' g'}{D'' F'}$, ou $\frac{F' g'}{L' F'} + \frac{F' g'}{D' F'} = \frac{D'' A''}{L'' F'} - \frac{D' A'}{D' F'}$, ou $\frac{1}{D' F'} + \frac{1}{L'' F'} = \frac{D'' A''}{L'' F' \cdot F' g'} - \frac{D' A'}{D' F' \cdot F' g'}$; mais $D' F' = f'$, $D'' F' = a''$, $D' A' = \frac{\pi L' a'}{L' + 1}$, $D'' A'' = \frac{\pi L'' a''}{L'' + 1}$, $F' g' = L L' a \phi$; on aura donc $\frac{1}{f'} + \frac{1}{2''} = \frac{\pi L' L''}{L' L'' (L'' + 1) a \phi} - \frac{\pi}{L' L' (L' + 1) a \phi}$. Et, pour que le lieu de l'œil

soit le même qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta = \frac{D'' A'' \cdot D'' F''}{D'' A'' + F'' g''} = \frac{\pi' a'' + L' L' (L'' + 1) a \phi}{\pi' a'' + L' L' (L'' + 1) a \phi}$, $F'' g''$ étant $L L' L'' a \phi$; par conséquent, $f'' - \theta = \frac{j'' \cdot L L' (L'' + 1) a \phi}{\pi' a'' + L L' (L'' + 1) a \phi}$, & $\frac{\theta df''}{j''(j'' - \theta)} = \frac{\pi' L' L'' (L'' + 1) a \phi}{L L' L'' (L'' + 1) a \phi}$. Faisant les substitutions dans l'équation

$df \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{2'} \right) + df' \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{2''} \right) - \frac{\theta df''}{j''(j'' - \theta)} = 0$, elle devient $\frac{\pi' a'}{L a \phi} + \frac{\pi' a''}{L L' a \phi} = 0$. Cette équation étant satisfaite, les bords de l'objet paraîtront sans couleurs.

Dans le cas où il faudroit appliquer l'œil contre le dernier verre, supposant alors $\theta = 0$, l'équation pour la destruction des couleurs est $df \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{2'} \right) + df' \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{2''} \right) = 0$; ou, après les substitutions, $(L + 1) L' L'' a \pi' + \frac{(L' + 1) L'' L'' a' \pi'}{L} - \frac{(L'' + 1) a' \pi}{L} = 0$.

En faisant $df'' = 0$, l'équation pour la réunion des images sera $L (L + 1) L'' L'' a + L' (L' + 1) L'' L'' a' + (L'' + 1) a'' = 0$, ou $\frac{L + 1}{L} a + \frac{L' + 1}{L' L'} a' + \frac{L'' + 1}{L'' L'' L''} a'' = 0$.

Si la puissance réfractive des verres est différente, & que P, P' représentant les rapports de réfraction des deux premiers, F'' représente le rapport de réfraction du troisième, df & df' conservant les valeurs qu'on leur a trouvées ci-dessus, on a

$$df'' = -\frac{dP}{P-1} L(L+1) L'^2 L''^2 a - \frac{dP'}{P'-1} L'(L'+1) L''^2 a' - \frac{dF''}{F''-1} L''(L''+1) a''.$$

Et l'équation pour la destruction des couleurs, lorsque la distance de l'œil est positive, est $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{\pi a'}{L a \theta} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L' L' a \theta} = 0$; & lorsque la distance de l'œil est négative, l'équation est $\frac{dP}{P-1} (L+1) L' L'' \pi' + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{(L'+1) L'' \pi' - (L''+1) \pi}{L} = 0$. Enfin, l'équation pour la réunion des images, est $\frac{dP}{P-1} L(L+1) L'^2 L'' a + \frac{dP'}{P'-1} L'(L'+1) L'' a' + \frac{dP''}{P''-1} (L''+1) a'' = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L'} a' + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L''} a'' = 0$.

83. Supposons l'instrument composé de quatre verres tous de même espèce. L'image $F''''g'''$ (fig. 14) produite par les quatre verres, $= \frac{f' f'' f''' f''''}{a a' a'' a'''} \xi$. Soit $D''''O$ la distance de l'œil au dernier verre $= \theta$; on aura $OF'''' = f'''' - \theta$, & la tangente de l'angle $F''''Og''' = \frac{f' f'' f''' f''''}{a a' a'' a'''} \cdot \frac{\xi}{f'''' - \theta}$. Prenant la différence de son logarithme, & l'égalant à zéro, on aura $\frac{df}{f} + \frac{df'}{f'} + \frac{df''}{f''} + \frac{df'''}{f'''} - \frac{da}{a} - \frac{da'}{a'} - \frac{da''}{a''} - \frac{da'''}{a'''} = 0$, ou, à cause que $da = -df$, $da' = -df'$, $da'' = -df''$, $df(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}) + df'(\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}) + df''(\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''}) - \frac{df'''}{f''(f''-1)} = 0$, (A).

On a déjà df, df', df'' sous la forme convenable; & $df''' = -\frac{dP}{P-1} L''(L''+1) a'' - L''^2 da'' = -\frac{dP}{P-1} (L(L+1) L'' L''^2 a + L'(L'+1) L''^2 L''^2 a' + L''(L''+1) L''^2 a'' + L''(L''+1) a''^2)$, en mettant à la place de $-da''$ la valeur

de

de df'' . On a aussi les valeurs de $\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}$, & de $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}$; & pour trouver celle de $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a''}$, on n'aura qu'à faire cette proportion, $D'' A'' + F'' g'' : D'' F'' :: D'' A'' - F'' g'' : D'' F''$, laquelle donne $\frac{1}{D'' F''} + \frac{1}{D'' F''} = \frac{D'' A''}{L'' F'' \cdot F'' g''} - \frac{D'' A''}{L'' F'' \cdot F'' g''}$; mais $D'' F'' = f''$, $D'' F'' = a''$, $D'' A'' = \frac{\pi' L'' a''}{L'' + 1}$, $D'' A'' = \frac{\pi'' L'' a''}{L'' + 1}$, $F'' g'' = L' L'' a \phi$; on a donc $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a''} = \frac{\pi'' L''}{L' L'' (L'' + 1) a \phi} - \frac{\pi' L''}{L' L'' (L'' + 1) a \phi}$; & pour que le lieu de l'œil convienne avec celui qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta = \frac{D'' A'' - F'' g''}{D'' F''} = \frac{\pi'' a'' - \pi' a''}{\pi'' a'' + L' L'' (L'' + 1) a \phi}$; on aura donc $f''' - \theta = \frac{f''' \cdot L' L'' (L'' + 1) a \phi}{\pi'' a'' + L' L'' (L'' + 1) a \phi}$, & $f''' - \theta = \frac{\pi'' L''}{L' L'' (L'' + 1) a \phi}$. Faisant les substitutions dans l'équation (A), elle devient $\frac{\pi' a'}{L' a \phi} + \frac{\pi'' a''}{L' L'' a \phi} + \frac{\pi'' a''}{L' L'' a \phi} = 0$, équation à laquelle il faut satisfaire, pour détruire les couleurs.

Dans le cas où la distance de l'œil est négative, où par conséquent il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, alors supposant $\theta = 0$, l'équation, pour la destruction des couleurs, est $df(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}) + df'(\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}) + df''(\frac{1}{f''} + \frac{1}{a''}) = 0$, laquelle devient, après les substitutions, $(L + 1) L' L'' a \pi' + \frac{(L' + 1) L'' L'' a'' \pi''}{L' L''} + \frac{(L'' + 1) L'' a'' \pi''}{L' L''} - \frac{(L'' + 1) a'' \pi''}{L' L''} = 0$.

Si l'on fait $df'' = 0$, on aurait l'équation pour la réunion des images, laquelle serait $L(L + 1) L' L'' L'' a + L'(L' + 1) L'' L'' a' + L''(L'' + 1) L'' a'' + (L'' + 1) L'' a'' = 0$, ou $\frac{L + 1}{L} a + \frac{L' + 1}{L' L'} a' + \frac{L'' + 1}{L' L'' L''} a'' + \frac{L'' + 1}{L' L'' L''} a'' = 0$.

Si les qualités réfringentes des verres sont différentes, & que P, P', P'' étant les rapports de réfraction des trois premiers, P''' soit celui du quatrième, on aura $df''' = -\frac{dP}{P - 1} L(L'$

+ 1) $L'^2 L''^2 L'''^2 a - \frac{dP'}{F'-1} L' (L'+1) L''^2 L'''^2 a' - \frac{dF''}{F''-1} L'' (L''+1) L''^2 a'' - \frac{dF'''}{F'''-1} L''' (L''' + 1) a'''$. Substituant cette valeur de df''' & celles de df' & de df'' qui appartiennent au cas présent, dans l'équation (A) pour la destruction des couleurs, elle deviendra $\frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{\pi a'}{L a \varphi} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L L' a \varphi} + \frac{dF'''}{F'''-1} \cdot \frac{\pi'' a'''}{L L' L'' a \varphi} = 0$.

Dans le cas où l'œil doit être appliqué contre le dernier verre, on trouve que l'équation pour la destruction des couleurs, est $\frac{a dP}{P-1} (L+1) L' L'' L''' \pi'' - \frac{a' dP'}{P'-1} \cdot \frac{(L+1) L'' L''' \pi'' - (L''+1) \pi''}{L} + \frac{a'' dF''}{F''-1} \cdot \frac{(L'+1) L' \pi'' - (L'+1) \pi'}{L L'}$.

L'équation pour la réunion des images, sera $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L'} a' + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L''} a'' + \frac{dF'''}{F'''-1} \cdot \frac{L'''+1}{L' L' L''} a''' = 0$.

84. Si l'on suppose l'instrument composé de cinq verres, on trouvera, en suivant les mêmes procédés, que l'équation pour l'anéantissement des couleurs, dans le cas où les verres ont la même vertu réfringente, est $\frac{\pi a'}{L a \varphi} + \frac{\pi' a''}{L L' a \varphi} + \frac{\pi'' a'''}{L L' L'' a \varphi} + \frac{\pi''' a'''}{L L' L'' L''' a \varphi} = 0$; & dans le cas où les verres rompent différemment la lumière, l'équation est $\frac{dP'}{F'-1} \cdot \frac{\pi a'}{L a \varphi} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L L' a \varphi} + \frac{dF'''}{F'''-1} \cdot \frac{\pi'' a'''}{L L' L'' a \varphi} + \frac{dF''''}{F''''-1} \cdot \frac{\pi''' a'''}{L L' L'' L''' a \varphi} = 0$.

S'il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, l'équation pour la destruction des couleurs, dans le cas des verres de même espèce, est $(L+1) L' L'' L''' L'''' a \pi'' + \frac{(L'+1) L'' L''' L'''' a' \pi''}{L} + \frac{(L''+1) L' L''' L'''' a'' \pi''}{L L'} + \frac{(L'''+1) L' L'' L'''' a''' \pi''}{L L' L''} - \frac{(L+1) a'' \pi''}{L L' L''} - \frac{(L'+1) a' \pi'}{L L'} - \frac{(L''+1) a'' \pi''}{L} = 0$; & dans le cas où les verres sont d'espèce différente, l'équation est $\frac{a dP}{P-1} (L+1) L' L'' L''' L'''' \pi'' + \frac{a' dP'}{P'-1} \cdot \frac{(L'+1) L'' L''' L'''' \pi'' - (L'+1) \pi''}{L} + \frac{a'' dF''}{F''-1} \cdot \frac{(L''+1) L' L''' L'''' \pi'' - (L''+1) \pi'}{L L'}$.

$$\frac{a'' d P''}{P''-1} \cdot \frac{(L''+1) L'' \pi'' - (L''+1) a''}{L' L'' L''} = 0.$$

Enfin, l'équation pour la réunion des images, sera, dans le cas où les verres ont la même qualité réfringente, $\frac{L+1}{L} a + \frac{L'+1}{L' L'} a' + \frac{L''+1}{L' L'' L''} a'' + \frac{L''' + 1}{L' L'' L''' L'''} a''' + \frac{L^{IV} + 1}{L' L'' L''' L^{IV}} a^{IV} = 0$; & dans le cas où la réfraction est différente dans chaque verre, l'équation sera $\frac{d P}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{d P'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L' L'} a' + \frac{d P''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L' L'' L''} a'' + \frac{d P'''}{P'''-1} \cdot \frac{L''' + 1}{L' L'' L''' L'''} a''' + \frac{d P^{IV}}{P^{IV}-1} \cdot \frac{L^{IV} + 1}{L' L'' L''' L^{IV}} a^{IV} = 0$.

Si l'on avait un plus grand nombre de verres, il est facile de voir quelles équations on aurait alors.

CHAPITRE V.

Des Objectifs achromatiques.

85. **N**ous nommons ainsi des objectifs exempts non-seulement de la confusion due à la diverse réfrangibilité des rayons de lumière, mais encore de celle qui est due à la sphéricité. Pour leur donner la première qualité, on est obligé de les composer de plusieurs lentilles faites avec des verres dont les puissances réfractives sont différentes. On les a d'abord composés avec deux lentilles, parce qu'il n'en faut pas davantage pour anéantir les couleurs. On les a ensuite composés avec trois, parce que les lentilles ayant alors des courbures moins fortes, ces objectifs supportent une plus grande ouverture; & on augmenterait encore cette qualité, si l'on multipliait davantage les lentilles.

86. On fait que les deux espèces de verre dont on a trouvé que les forces réfringentes diffèrent le plus, particulièrement pour disperser les rayons colorés, & sont par conséquent les plus convenables pour la construction des objectifs qui représentent les objets sans couleur, sont un verre très-blanc & fort

transparent, connu en Angleterre sous le nom de *flintglass*, & un verre verdâtre, qui y est connu sous le nom de *crownglass*. M^r. Dollond, célèbre Opticien Anglais, qui découvrit & mesura la différence des forces réfringentes de ces deux especes de verre, trouva que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, en passant de l'air dans le flintglass, comme 1,58 à 1, & qu'en passant de l'air dans le crownglass, ces sinus sont entr'eux, comme 1,53 à 1; enfin, que la différence de réfraction des rayons colorés, dans le flintglass, est à la différence de leur réfraction, dans le crownglass, comme 3 à 2. Adoptant ces rapports, quoiqu'ils n'aient pas été déterminés très exactement (*), proposons-nous de chercher les dimensions des objectifs qui représentent les objets sans couleurs. Comme nous aurons besoin des valeurs numériques de quelques quantités, commençons par les trouver.

(*) Pour déterminer, soit le rapport de réfraction de ces deux especes de verre; soit le rapport de la dispersion des rayons colorés, produite par l'une, à la dispersion de ces mêmes rayons, produite par l'autre, il employa des prismes faits de ces matieres. Pour trouver le rapport de dispersion, il appliqua les deux prismes l'un contre l'autre, en ordre renversé; & regardant, au travers, des objets éclairés, il en varia les angles, jusqu'à ce qu'il aperçut ces objets sans couleur. Au lieu d'employer de cette maniere les prismes adollés, il eut pu, comme l'a fait depuis M^r. Clairaut, les placer dans une chambre obscure, en les présentant au soleil. Lorsque l'image qu'ils lui auraient donnée sur le mur opposé, en rompant le trait de lumiere, se fût trouvée parfaitement blanche, il eut été bien plus assuré que les différentes réfrangibilités s'étaient compensées. Quoiqu'il en soit, les objets lui parurent sans couleur, lorsqu'il eut fait l'angle du prisme de crownglass de 30 degrés, & l'angle du prisme de flintglass de 19 degrés; d'où il conclut que la dispersion produite par le premier prisme était à la dispersion produite par le second, comme 19 à 30, c'est-à-dire, à peu près, comme 2 à 3.

Mais en concluant ainsi le rapport des dispersions dans ces deux matieres, il paraît n'avoir eu aucun égard à l'angle sous lequel le trait de lumiere rencontrait la surface du premier prisme, en sorte que selon lui, il est indifférent sous quel angle il la rencontre. Or, c'est ce qui n'est pas.

En effet, soit ABC (fig. 17) le premier prisme, EGF le second qui lui est parallèle ou contigu, SK le trait de lumiere venant du soleil, NO ce trait de lumiere sortant du second prisme, & allant peindre, sur le mur, une image parfaitement blanche. Soit P le rapport de réfraction des rayons moyens, en passant de l'air dans le premier prisme, & F' le rapport de réfraction de ces mêmes rayons, en passant de l'air dans le second. Soit a l'angle d'incidence du rayon SK , lorsqu'il rencontre la premiere surface AC du premier prisme, q l'angle de réfraction, r l'angle d'incidence de ce rayon, lorsqu'il rencontre la seconde surface BC , s l'angle de réfraction qui lui répond, auquel est égal l'angle d'incidence de ce rayon sur la premiere surface GE du second prisme, t l'angle de réfraction qui répond à cet angle, u l'angle

Nommant P le rapport de réfraction dans le crown-glaſs, & P' le rapport de réfraction dans le flint-glaſs, on aura $P = 1,53$ & $P' = 1,58$; & représentant par dP & dP' la différence des rapports de réfraction de deux mêmes especes de rayons, par exemple, des rayons rouges & des rayons violets, dans ces deux matieres, on pourra ſuppoſer $dP = 2$,

d'incidence, lorsque le rayon rencontre la ſeconde ſurface GF , & à l'angle de réfraction, lorsque le rayon ſort ſuivant NO . Soit de plus c l'angle ACB du premier priſme, & g l'angle EGF du ſecond. On aura $r = c - q$, $s = s$, & $t = g - u$; & de plus, $\sin. a = P \sin. q$, $\sin. s = P \sin. r$, $\sin. s = P' \sin. t$, & $\sin. b = P' \sin. u$.

Comme les rayons, au ſortir du priſme EGF , donnent, par la ſuppoſition, une image parfaitement blanche, ils s'enſuit qu'ils ſortent non-ſeparés & parfaitement parallèles, & que par conſéquent l'angle b eſt le même pour toutes les especes de rayons, de même que le premier angle a , tandis que chacun des angles q, r, s, t, u change d'une eſpece à l'autre. Représentons par dP la différence entre le rapport de réfraction pour une eſpece de rayons, & le rapport de réfraction pour une autre eſpece, dans le premier priſme, & par dP' dans le ſecond, & cherchons la relation entre la différence dP & celle des angles q, r, s , qui appartiennent à ces deux especes de rayons, dans le premier priſme, & la relation entre la différence dP' & la différence des angles s, t, u qui appartiennent à ces mêmes especes de rayons, dans le ſecond.

Dans le premier priſme, on a d'abord $dr = -dq$; & à cauſe que l'angle a eſt conſtant, $dP \sin. q + P dq \cos. q = 0$; d'où l'on tire $dq = -\frac{dP \sin. q}{P \cos. q} = -dr$;

$$\text{enſuite } ds \cos. s = dP \sin. r + P dr \cos. r = dP \sin. r + \frac{dP \sin. q \cdot \sin. r}{\cos. q} = \frac{dP}{\cos. q} (\sin. r \cos. q + \sin. q \cos. r) = \frac{dP}{\cos. q} \sin. (r + q) = \frac{dP \cdot \sin. c}{\cos. q}; \text{ par conſéquent}$$

$$ds = \frac{dP \cdot \sin. c}{\cos. q \cdot \cos. s}.$$

Dans le ſecond priſme, on a $dt = -du$; & puiſque l'angle b eſt conſtant;

$$dP' \sin. u + P' du \cos. u = 0; \text{ d'où l'on tire } du = -\frac{dP' \sin. u}{P' \cos. u} = -dt;$$

$$ds \cos. s = dP' \sin. t + P' dt \cos. t = \frac{dP' \sin. g}{\cos. u}; \text{ donc } ds = \frac{dP' \sin. g}{\cos. u \cdot \cos. s}.$$

$$\text{Comparant les deux valeurs de } ds, \text{ on aura } \frac{dP \sin. c}{\cos. q} = \frac{dP' \sin. g}{\cos. u}, \text{ ou } \frac{dP \cdot \cos. u}{\sin. c} = \frac{dP' \cdot \cos. q}{\sin. g}; \text{ d'où l'on tire } dP : dP' :: \frac{\cos. q}{\sin. c} : \frac{\cos. u}{\sin. g} :: \frac{CL}{KL} : \frac{GM}{MN}.$$

On voit donc que le rapport de dP à dP' n'eſt point indépendant de l'angle d'incidence a , comme l'a ſuppoſé M^r. Dollond; ainſi, quoiqu'on trouve nulle la ſéparation des rayons d'eſpece différente, lorsque l'angle d'incidence eſt d'une certaine quantité, on ne peut pas en conclure que cette ſéparation ſoit nulle dans toute autre incidence. On a tout lieu de penſer que dans l'expérience de M^r. Dollond, la

& $dP' = 3$; en sorte qu'on aura, à peu près, $\frac{dP}{P-1} = 7$,
 & $\frac{dF'}{P-1} = 10$. Ces quantités entrent dans les équations pour
 l'anéantissement des couleurs & la réunion des foyers.

Les quantités μ & ν qui entrent dans l'expression de la confusion due à la sphéricité des verres, se trouveront au moyen

lumière rencontrait perpendiculairement la surface du premier prisme. Car supposant, comme lui, $P = 1,53$ & $P' = 1,58$, l'angle e du premier prisme $= 30$ degrés, & l'angle g du second $= 19$ degrés. Puisque par la supposition l'angle $a = 0$, on a aussi $q = 0$; $r = 30$ degrés, $s = 49$ degrés 54 min., $t = 28$ degrés 57 min., $b = 15$ degrés 50 min.; d'où l'on a $\frac{dP}{dF'} = \frac{\cos. q \cdot \sin. g}{\sin. c \cdot \cos. u} = 0,6615$, & par conséquent, à très-peu près, $dP : dF' :: 2 : 3$, comme M^r. Dollond l'a trouvé.

Puisque le rapport des dispersions, dans deux matières différentes, dépend en partie de l'angle d'incidence, & que par conséquent ce rapport trouvé pour une certaine incidence, ne peut avoir lieu pour une autre, il s'ensuit que, soit par la méthode des prismes, soit par toute autre, on ne peut déterminer ce rapport d'une manière générale. Heureusement que dans les instruments de Dioptrique, les angles sous lesquels les rayons rencontrent la surface de l'objectif, s'éloignant peu d'être droits, il suffit de déterminer le rapport des dispersions dans le cas où l'angle d'incidence est nul, & c'est ce que Mr. Dollond paraît avoir fait.

La méthode des prismes accolés, exige qu'on construise, au moins avec l'une des deux matières, des prismes de toutes sortes d'angles, afin de choisir celui qui est nécessaire pour que l'effet de la différence de réfrangibilité soit détruit. C'est un inconvénient qu'il est possible d'éviter, en construisant, ainsi que l'a fait Mr. Clairaut, un prisme dont une des faces soit cylindrique, & ait quelques degrés d'amplitude. Par ce moyen, sans changer de prismes, on peut choisir entre une infinité d'angles, celui qui convient, en faisant passer le trait de lumière par l'un ou l'autre point de la surface cylindrique. Ainsi il est très-facile de trouver celui qui rend la lumière blanche & sans couleur.

On a dû remarquer que, pour déterminer le rapport des dispersions dans deux matières, il faut connaître le rapport de réfraction, pour les rayons moyens, dans chacune d'elles. Cette connaissance est d'ailleurs indispensable, parce que ce rapport entre dans presque toutes les formules qui servent à déterminer les dimensions des instruments de Dioptrique. Ce fut encore par le secours des prismes, que Mr. Dollond parvint à déterminer ce rapport.

Mr. l'Abbé Rochon, frappé du peu d'exactitude qu'ils pouvaient donner, leur substitua une lentille convexe, formée de deux demi-lentilles des deux matières dont on veut connaître la réfraction moyenne. La mesure des foyers des deux demi-lentilles fait trouver, avec beaucoup de précision, la relation entre les réfractions moyennes des deux matières; & pour déterminer la réfraction moyenne absolue d'une matière quelconque, il construit un verre concave des deux côtés de cette matière, mesure son foyer avec exactitude, trouve les rayons de ses surfaces, par réflexion, & avec ces données, il trouve, au moyen d'une formule fort simple, le rapport cherché.

Ces méthodes, & beaucoup d'autres aussi ingénieuses & aussi simples, furent.

DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE. 55

de leurs valeurs (10); & l'on aura, dans le cas de $P = 1,53$,
 $\mu = 0,9875$, & $\nu = 0,2194$; & dans le cas de $P' = 1,58$,
 $\mu' = 0,8724$, & $\nu' = 0,2529$.

Le calcul des rayons des surfaces des lentilles qui compo-

publiées, avec des recherches très-étendues sur la théorie des lunettes, en 1768; par leur savant Auteur. La première, employée depuis avec succès par Mr. Jeaurat, (*Voyez le volume des Mémoires de l'Académie des Sciences, pour l'année 1770*) lui donna aussi le rapport des dispersions dans les deux matières qu'il soumit à l'expérience, dont l'une était du verre de Venise, pesant 950 grains le ponce cube, & l'autre du flintglass, pesant 1215 grains.

Mr. Jeaurat travailla, à l'exemple de Mr. l'Abbé Rochon, dans un même bafin concave, avec le plus grand soin, un morceau de chacune de ces deux matières. Ces deux morceaux joints par leurs diamètres, formaient un objectif mi-parti de 29 lignes de diamètre, & de 2 lignes d'épaisseur. Il le présenta au soleil, dans une chambre noire, cachant alternativement, la moitié de verre de Venise, & l'autre moitié de flintglass, & mesura, à beaucoup de reprises différentes, le foyer des rayons rouges, celui des rayons moyens, & celui des rayons violets que donnaient successivement ces deux parties.

Pour mesurer le foyer des rayons moyens, il recevait l'image du soleil sur un verre dépoli; & pour mesurer le foyer des rayons rouges & celui des rayons violets, il interposait entre l'objectif & l'image du soleil sur le verre dépoli, tantôt un verre rouge, tantôt un verre violet. Et quoique ces verres fussent plans, il prit la précaution de les placer très-près de l'image, afin de n'avoir point à craindre que l'interposition de ces verres colorés changeât le foyer de l'objectif, parce qu'il pouvait se faire qu'ils ne fussent pas exactement plans.

Il trouva, dans le verre de Venise, le foyer des rayons rouges de 930 lignes; celui des rayons moyens de 923, & celui des rayons violets de 900; & dans le cristal d'Angleterre, le foyer des rayons rouges de 826 lignes, celui des rayons moyens de 816, & celui des rayons violets de 785.

Il mesura aussi le rayon des surfaces de l'objectif, & il le trouva de 978 lignes. Pour trouver le rapport de réfraction, il n'eut qu'à substituer pour le rayon b sa va-

leur, & pour F , successivement, les valeurs précédentes, dans la formule $P = \frac{b}{2F}$

+ 1 (*Note 1^{re}*), P représentant le rapport de réfraction; & il trouva pour le rapport de réfraction des rayons rouges, dans le verre de Venise, 1,5258; pour celui des rayons moyens, 1,5298; & pour celui des rayons violets, 1,5433; & par conséquent la dispersion des rayons 0,0175; pour le rapport des réfractions des rayons rouges, dans le flintglass, il trouva 1,5920, pour celui des rayons moyens, 1,5973, & pour celui des rayons violets, 1,6219; & par conséquent la dispersion des rayons 0,309.

Ainsi, la réfraction moyenne du verre de Venise est à celle du flintglass, comme 1000 à 1045; & la dispersion des rayons dans la première matière, à la dispersion dans la seconde, comme 100 à 353.

La bonté de ces déterminations fut confirmée par l'expérience, puisque Mr. Jeaurat en déduisit des dimensions d'objectifs à deux & à trois verres, & même à quatre, qu'il assure avoir réussi au delà de ses espérances, quoiqu'il n'y eut point corrigé l'aberration de sphéricité.

sent les objectifs, demande qu'on connaisse les valeurs numériques de γ , δ , ϵ ; γ' , δ' , ϵ' . Or, les expressions générales de ces quantités (10), donnent, dans le cas de $P = 1,53$, $\gamma = 0,2166$, $\delta = 1,6601$, $\epsilon = 0,9251$; & dans le cas de $P' = 1,58$, $\gamma' = 0,1413$, $\delta' = 1,5827$, $\epsilon' = 0,8775$.

Nous pouvons actuellement chercher les dimensions que doivent avoir les lentilles qui composent les objectifs, pour qu'ils représentent les objets sans confusion quelconque. Nous emprunterons ce que nous avons à dire, d'un Mémoire de M'. Euler, imprimé dans le 18^e. volume des nouveaux Mémoires de Petersbourg. Commençons par les objectifs à deux verres, en supposant le premier de crown-glass, & le second de flint-glass.

87. Soit R la distance focale de cet objectif, F & F' les distances focales des deux verres qui le composent. Ces distances focales devant avoir un certain rapport avec la distance focale de l'objectif, soient $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$. Soit de plus l'intervalle qu'il y a entre le milieu de l'épaisseur du premier verre & le milieu de l'épaisseur du second, $= \frac{R}{p}$. Comme une des choses qu'on doit se proposer le plus, c'est que l'objectif supporte la plus grande ouverture possible, il faudra donner une courbure égale aux deux surfaces du premier verre qu'on prendra convexe; ainsi, comme on ne peut se permettre dans ces verres, des arcs de plus de 30 degrés, l'épaisseur de ce premier verre ne peut être plus grande que $\frac{p}{25} F$. Afin donc que ce verre & le suivant ne se touchent pas, il suffira de prendre l'intervalle entre les milieux de leurs épaisseurs, $= \frac{1}{12} F$, en sorte qu'on aura $p = 12 q$.

On aura d'abord $a = \infty$, & $f' = R$; à cause de $a = \infty$, on a $f = F = \frac{R}{q}$; & à cause de $f' = R$, l'égalité $\frac{1}{f'} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f'}$ $= \frac{q}{R}$, donne $\frac{1}{f} = \frac{q' - 1}{R}$. Mais la distance des verres $f + d = \frac{R}{12q}$; donc $q' - 1 = -\frac{12q}{11}$, & par conséquent $\frac{1}{a'} = -\frac{12q}{11R}$; donc $L' = \frac{f'}{a'} = -\frac{12q}{11}$, & $H' = -\frac{12q}{11 - 12q}$; & faisant $\frac{f}{a} = -n$, $n = \frac{12}{11}$. L'équation

L'équation pour la réunion des foyers des diverses espèces de rayons, est $\frac{dP}{P-1} \cdot F + \frac{dI'}{I'-1} \cdot \frac{F'}{H'} = 0$, ou $12^3 \cdot Mq + 11(11 - 12q)M' = 0$. Prenant, ainsi que fait Mr. Euler, le rapport de 3 à 4 pour celui de M à M' , cette équation donne $q = \frac{121}{24}$; donc on aura $q' = -\frac{2}{2}$, $F = \frac{24}{121}R$, $F' = -\frac{2}{9}R$, $L' = -\frac{11}{2}$, $H' = \frac{11}{9}$.

L'équation pour l'anéantissement de la confusion due à la sphéricité des verres, est (45), $\lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{\lambda'}{H'} + \frac{\lambda'}{H'L'} \right) = 0$, à cause que, dans la supposition de $a = \infty$, $f = F$, & qu'ainsi $F = La = Ha$, & $a' = -\frac{F}{n}$. Mais le premier verre étant également convexe des deux côtés, λ se détermine par l'équation $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\lambda - 2}{2}$, ce qui donne $\lambda = 1,60024$. Introduisant cette valeur avec les autres valeurs numériques dans l'équation précédente, elle devient $1,63071 - 0,44355\lambda' = 0$; en sorte que $\lambda' = 3,67559$, & $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,63572$.

Il sera maintenant facile d'avoir les rayons du second verre, dont le premier $b' = \frac{F'}{I' - H'(I' - \gamma')} + \gamma' \sqrt{(\lambda' - 1)}$, & le second $c' = \frac{F'}{\gamma' + H'(I' - \gamma')} - \gamma' \sqrt{(\lambda' - 1)}$. Faisant les substitutions, & prenant les signes supérieurs, on aura $b' = \frac{F'}{0,3392 + 1,4353} = \frac{F'}{1,0961} = -0,20274 R$, la distance focale de ce verre F' étant $= -0,22222 R$; $c' = \frac{F'}{2,0632 - 1,4353} = \frac{F'}{0,6279} = -0,35389 R$.

Quant au premier verre, comme il est également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces $= 1,06 F = 0,21024 R$, sa distance focale F étant $= 0,19835 R$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second, $= \frac{1}{12} F = \frac{2}{121} R = 0,01652 R$.

On peut prendre le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon du verre convexe; on pourra donc le prendre $= 0,05256 R$. Mais représentant l'amplifica-

tion par m , on peut prendre ce demi-diamètre $= \frac{m}{50}$, (*voyez le premier chapitre de la seconde partie*) ; on aura donc $0,05256 R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{2,628} =$ à peu près $\frac{3}{8} m$. Au moyen de cette valeur de R , on pourra toujours déterminer l'objectif pour un grossissement quelconque.

88. Passons à l'objectif composé de trois verres, dont le premier & le troisième soient de crown-glass, & celui du milieu de flint-glass dont on supposera égales les courbures des deux surfaces, afin que l'objectif supporte la plus grande ouverture qu'il est possible.

Soit R la distance focale de l'objectif, & les distances focales des trois verres $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$, $F'' = \frac{R}{q''}$. Soit de plus la distance du milieu de l'épaisseur d'un des verres au milieu de l'épaisseur du suivant, $= \frac{R}{p}$, que l'on prendra égale à $\frac{1}{12} F'$, à cause que le verre du milieu a la même courbure des deux côtés ; en sorte que supposant ce verre concave, comme q' est alors négative, on aura $p = -12 q'$.

Comme $a = \infty$, on a $f = F = \frac{R}{q}$. Ensuite on a $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$; $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{F} = \frac{q'}{R}$; cette dernière égalité donne, à cause de $f'' = R$, $a'' = \frac{R}{q'' - 1}$. Les intervalles des verres étant $f + a'$, $f' + a''$, on a $f + a' = -\frac{R}{12 q'}$, $f' + a'' = -\frac{R}{12 q'}$. La première de ces deux égalités donne $a' = -\frac{(q + 12 q') R}{12 q q'}$, & la seconde $f' = -\frac{(q'' + 12 q' - 1) R}{12 q' (q'' - 1)}$. Mais l'égalité $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{q'}{R}$ donne aussi $f' = \frac{(q + 12 q') R}{q' (13 q + 12 q')}$. Comparant ces deux valeurs de f' , on aura $q'' - 1 = \frac{-12 q' (13 q + 12 q')}{25 q + 156 q'}$.

Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, on aura $n = \frac{12 q'}{q + 12 q'}$, $n' = \frac{12 (q + 12 q')}{25 q + 156 q'}$; donc $n n' = \frac{144 q'}{25 q + 156 q'}$. Soient $F' = H' a'$, $F'' = H'' a''$; on aura $H'_1 = \frac{F'}{a'} = -\frac{12 q}{q + 12 q'}$, $L' = \frac{H''}{1 - H''}$

$$= -\frac{12q}{13q+12q'}, H'' = \frac{q''-1}{q''}, L'' = q'' - 1.$$

L'équation pour la réunion des foyers des diverses especes de rayons, est $\frac{dP}{P-1} \cdot F + \frac{dF'}{P'-1} \cdot \frac{F'}{H'} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{F''}{L''} = 0$, ou, à cause que $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$, $F'' = \frac{R}{q''}$, $\frac{dP}{P-1} = 3$ & $\frac{dP'}{P'-1} = 4$, $\frac{1}{q} + \frac{4}{3 \cdot H' q'} + \frac{1}{L'' H'' q''} = 0$. Mais $\frac{1}{H'} = -\frac{q'}{q} \cdot \frac{q+12q'}{12q'}$ = $-\frac{1}{q} \cdot A$, en faisant $\frac{q+12q'}{12q'} = A$, $\frac{1}{L'' H''} = \frac{q''}{q} \cdot \frac{25q+156q'}{144q'}$ = $\frac{q''}{q} \cdot B$, en faisant $\frac{25q+156q'}{144q'} = B$. L'équation précédente devient donc $q + \frac{4}{3} \cdot q' A A + q'' B B = 0$, à laquelle il faut satisfaire.

Comme les courbures du premier & du dernier verre ne doivent pas être plus grandes que celle du second, les distances focales F & F'' de ces verres doivent être plus grandes que F' ; donc ces distances étant réciproquement proportionnelles aux lettres q , q' , q'' , il faut que q & q'' soient plus petites que q' . Pour découvrir comment satisfaire à cette condition, Mr. Euler considère le cas où l'on négligerait l'épaisseur des verres. Comme alors $f + a' = 0$, $f' + a'' = 0$, on trouve que $q'' - 1 = -q - q'$, $H' = -\frac{q}{q'}$, $L' = -\frac{q}{q'+q'}$, $H'' = -\frac{q+q'}{q''}$; en sorte que l'équation pour la réunion des foyers des diverses especes de rayons, est alors $q + \frac{4}{3} q' + q'' = 0$, d'où l'on aurait $q' = -3$, & $q + q'' = 4$. Si l'on fait $q' = -Nq$, N devant être plus grand que l'unité; comme alors on a $q = \frac{3}{N}$, on aurait $q'' = \frac{4N-3}{N}$. Mais q'' doit être plus petit que q' & par conséquent plus petit que 3; donc N doit être aussi plus petit que 3; ainsi N doit être compris entre 1 & 3. Comme l'épaisseur de chaque verre est toujours très-petite, ces limites pour N serviront encore quand on a égard à cet élément. Supposant donc $q' = -Nq$, & introduisant cette valeur de q' , on aura $A = \frac{12N-1}{12N}$,

$B = \frac{156N-25}{144N}$; $q'' = 1 + 12 Nq \cdot \frac{12N-13}{156N-25} = 1 + Eq$; en faisant, pour abréger, $\frac{12N(12N-13)}{156N-25} = E$. Substituant cette valeur de q'' & celle de q' , dans l'équation $q + \frac{4}{3} q' AA + q'' BB = 0$, elle devient $q - \frac{4}{3} NAAq + BB + EBBq = 0$, d'où l'on tire $q = \frac{BB}{\frac{4}{3}NAA - EBB - 1}$. Ayant la valeur de q , on aura les deux autres au moyen des équations $q' = -Nq$, & $q'' = 1 + Eq$. De plus on aura $n = \frac{12N}{12N-1}$, ou $n = \frac{1}{A}$, $nn' = \frac{144N}{156N-25}$, ou $nn' = \frac{1}{B}$; $L' = \frac{12}{12N-13}$, $H' = \frac{12}{12N-1}$, & $H'' = \frac{q''-1}{q'}$, $L'' = q'' - 1$.

L'équation pour la destruction de la confusion occasionnée par la sphéricité de trois verres, dont le premier & le troisième sont de même espèce, est $\lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{\lambda'}{H'} + \frac{\mu'}{H'L'} \right) + \frac{1}{L''nn'} \left(\frac{\lambda''}{H''} + \frac{\mu''}{H''L''} \right) = 0$, (45); car dans la supposition de $a = \infty$, $f = F$, ainsi $F = La = Ha$, & $n = -\frac{F}{a}$; de plus $n' = -\frac{f'}{a'} = -\frac{L'a'}{a''}$.

Voyons quels seront les rayons des trois verres. Puisque $a = \infty$, le rayon de la face antérieure du premier verre $b = \frac{F}{F - \sqrt{\lambda - 1}}$, celui de la face postérieure $c = \frac{F}{\gamma + \sqrt{\lambda - 1}}$. Le second verre étant également concave des deux côtés, ses rayons seront égaux, égalité d'où l'on tire $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\gamma' - \delta' \cdot \frac{a'}{a''} - f'}{2 \cdot \frac{a'}{a''} \cdot \frac{a'}{a''} + f'}$, ce qui, à cause de $f' = L'a'$, & de $L' = \frac{H'}{1-H'}$, se change en $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta' - \gamma'}{2} (H' - \frac{1}{2})$; & chacun de ses rayons $= 1,16 F'$. Quant au troisième verre qui est convexe, on pourra, en faveur de l'artiste, le prendre également convexe des deux côtés; d'où l'on aura $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta'' - \gamma''}{2} (H'' - \frac{1}{2})$; & les rayons de ses faces seront $= 1,06 F''$.

89. Il n'est plus question maintenant que de faire diverses suppositions pour la valeur qu'il convient d'attribuer au nombre N , en observant que ses limites sont 1 & 3; & il est

évident qu'il faudra préférer celle de ces suppositions qui donnera la plus grande valeur de F' dont dépend l'ouverture que doit avoir l'objectif. Entre les diverses suppositions que fait Mr. Euler, celle de $N = \frac{19}{36}$ & de $N = \frac{1}{2}$, sont celles qui remplissent le mieux cet objet. Voyons la première.

On aura d'abord $A = \frac{1}{n} = \frac{16}{59}$, $B = \frac{1}{nn'} = \frac{173}{177}$, $E = \frac{295}{519}$.
Donc on aura $q = 2,24457$, $q' = -3,6786$, $q'' = 2,27581$,
& par conséquent $F = 0,4455 R$, $F' = -0,27184 R$,
 $F'' = 0,4394 R$. On aura de plus $L' = \frac{2}{5}$, $H' = \frac{2}{14}$, $L'' = 1,27581$,
 $H'' = 0,5606$; d'où l'on trouvera $\lambda' = 1,05506$, $\lambda'' = 1,00886$.
Faisant donc les substitutions dans l'équation pour la destruction de la confusion due à la sphéricité des verres, on aura
 $\lambda - 2,5022 = 0$, & par conséquent $\lambda = 2,5022$, &
 $\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,22564$. Donc les rayons du premier verre
 $b = \frac{F}{1,6602 - 0,9251 \sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{0,48154 R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0,84662 R$;
 $c = \frac{F}{0,1266 + 0,9251 \sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{0,48154 R}{0,14492 + \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0,32745 R$.
La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second, $= 0,02265 R$.
Les rayons des faces de ce second verre, $= -0,31533 R$.
La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisième, $= 0,02265 R$.
Les rayons des faces du troisième verre, $= 0,46576 R$.

Quant à l'ouverture, on peut en prendre le demi-diamètre égal au quart du rayon le plus petit des verres qui composent l'objectif, & par conséquent $= 0,07883 R$; & pour déterminer cet objectif relativement à un grossissement donné m , on n'aura qu'à faire $0,07883 R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{1}{4} m$.

90. Soit enfin $N = \frac{1}{2}$. On aura $A = \frac{1}{n} = \frac{17}{18}$, $B = \frac{1}{nn'} = \frac{209}{216}$,
 $E = \frac{20}{209}$. On aura donc $q = 2,4592$, $q' = -3,6888$, $q'' = 2,059$, & par conséquent $F = 0,40663 R$, $F' = -0,2711 R$,
 $F'' = 0,48567 R$. De plus on aura $L' = \frac{13}{5}$, $H' = \frac{13}{17}$, $L'' = 1,059$,
 $H'' = 0,51433$; d'où l'on trouvera $\lambda' = 1,11437$, & $\lambda'' = 1,0005$.

Après les substitutions dans l'équation pour la destruction de la confusion due à la sphéricité des verres, on aura $\lambda - 2,21913 = 0$; & par conséquent $\lambda = 2,21913$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,10414$. Ainsi les rayons du premier verre seront $b =$

$$\frac{0,4395 R}{2,79442 - \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0,63817 R, \quad c = \frac{0,4395 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0,32578 R.$$

L'intervalle entre le milieu de l'épaisseur de ce verre & le milieu de l'épaisseur du second, $= 0,0226 R$.

Le rayon des faces du second verre, $= - 0,31446 R$.

L'intervalle entre le milieu de son épaisseur & le milieu de l'épaisseur du troisième verre, $= 0,0226 R$.

Le rayon des faces de ce troisième verre, $= 0,51483 R$.

Le demi-diamètre de l'ouverture de cet objectif, $= 0,07861 R$;

& par conséquent faisant $0,07861 R = \frac{m}{50}$, on aura encore $R = \frac{m}{4}$. (¶)

(¶) Supposant qu'ayant du verre de Venise (ou du crown glass) & du flint glass pareils à ceux que Mr. Jaurat a employés, on veuille avoir, d'après les rapports qu'il a trouvés pour la réfraction moyenne & la dispersion, les dimensions d'un objectif à trois verres, dont celui du milieu soit de flint glass, & les deux autres soient de verre de Venise. Puisque, pour le verre de Venise, $P = 1,53$, & pour le flint glass, $P' = 1,60$, & que les dispersions dans ces deux espèces de verre sont entr'elles comme 200 à 353, ou que $dP : dP' :: 100 : 353$, on aura $\frac{dP}{P-1} : \frac{dP'}{P'-1} :: 1000 : 1559$; au lieu du rapport de 1000 à 1559, Mr. Euler ne trouve que celui de 100 à 153. De plus, dans le cas de $F' = 1,60$, on a $\mu' = 0,8333$, $\nu' = 0,2666$; & $\gamma' = 0,1111$, $d' = 1,5555$, $e' = 0,8607$.

En employant le rapport de 100 à 153 adopté par Mr. Euler, on trouve, dans le cas de $N = \frac{59}{36}$, en mettant 1,53 à la place de $\frac{4}{3}$ dans la valeur de q , $q = 1,3342$; & par conséquent $q^3 = - 2,1867$, $q'' = 1,7583$. Donc $F = 0,7495 R$, $F' = - 0,4573 R$, $F'' = 0,5687 R$. De plus $L' = \frac{2}{5}$, $H' = \frac{2}{14}$, $L'' = 0,7583$, & $H'' = 0,4513$; on trouve donc $\lambda' = 1,0575$ & $\lambda'' = 1,0113$. Faisant les substitutions dans l'équation pour l'anéantissement de la confusion due à la sphéricité des verres, on trouve $\lambda - 1,1472 = 0$; par conséquent $\lambda = 1,1472$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,3837$. Ainsi les rayons du premier verre

$$b = \frac{F}{2 - \sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{0,8102 R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0,5742 R, \quad \&$$

$$c = \frac{F}{2 + \sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{0,8102 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda - 1)}} = 1,2887 R,$$

91. Pour employer ces objectifs dans les lunettes, en évitant les formules compliquées qu'on trouve, ainsi qu'on le verra par la suite, lorsqu'on veut employer un objectif à deux ou trois verres à la place d'un objectif simple, Mr. Euler introduit, dans le calcul, un objectif simple qu'il imagine pour le moment produire le même effet que l'objectif composé. Voyons comment on parvient à le trouver. Soit k le demi-diamètre de son ouverture, F sa distance focale, & λ le nombre arbi-

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second ;
 $= \frac{1}{12} F' = 0,0381 R$.

Le rayon de chacune des faces du second verre, lequel est de s'intégrals, également concave des deux côtés, $= 1,20 F' = -0,5488 R$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisième, $= 0,0381 R$.

Le rayon de chacune des faces du troisième verre, $= 1,06 F'' = 0,6028 R$.

Le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon du second verre, $= 0,1372 R$. Pour déterminer cet objectif relativement à un grossissement

donné m , on fera $0,1372 R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{6,86}$.

Calculons aussi les dimensions de l'objectif, en supposant $N = \frac{3}{2}$; & en mettant

$1,559$ à la place de $\frac{4}{3}$ dans la valeur de q . On trouvera $q = 1,37133$, $q' = -2,05699$, $q'' = 1,5905$; donc $F = 0,7292 R$, $F' = -0,48615 R$, $F'' = 0,62873 R$.

De plus $L' = \frac{12}{5}$, $H' = \frac{12}{17}$, $L'' = 0,5905$, $H'' = 0,37126$; d'où l'on trouve

$\lambda' = 1,1937$, & $\lambda'' = 1,0398$. Faisant les substitutions dans l'équation pour l'aneantissement de la confusion occasionnée par la sphéricité des verres, on trouvera

$\lambda - 1,16961 = 0$, ou $\lambda = 1,16961$, & par conséquent $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,41183$.

Ainsi le rayon de la surface antérieure du premier verre, $= 0,5701 R$, & le

rayon de la surface postérieure, $= 1,2001 R$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second ;
 $= \frac{1}{12} F' = 0,04051 R$.

Le rayon de chacune des faces du second verre, $= 1,20 F' = -0,58338 R$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisième ;
 $= 0,04051 R$.

Le rayon de chacune des faces de ce troisième verre, $= 1,06 F'' = 0,66645 R$.

Le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon le plus petit des verres qui le composent, & par conséquent $= 0,1425 R$. Pour déterminer l'ob-

jectif relativement à une amplification donnée m , on fera $0,1425 R = \frac{m}{50}$;

d'où l'on tire $R = \frac{m}{7,12}$.

traire qui lui appartient. Il est évident que la question se réduit à déterminer ces trois élémens par ceux qui appartiennent à l'objectif composé, de manière que cet objectif produise avec les autres verres, exactement le même effet que l'objectif composé joint à ces mêmes verres.

Pour déterminer ces quantités, on aura les conditions suivantes. 1°. Que l'image produite par ce verre, soit égale à celle qui est produite par l'objectif composé. 2°. Que l'angle que forment avec l'axe les rayons extrêmes, après avoir été rompus par ce verre, soit le même que l'angle qu'ils forment avec cet axe, après avoir traversé l'objectif composé, parce que cet angle détermine l'ouverture des verres suivans, & par conséquent le champ apparent. 3°. Que le demi-diamètre de la confusion produite par ce verre, soit égal au demi-diamètre de celle qui est due à l'objectif composé.

Supposons l'objectif composé de trois verres, & pour ne pas confondre ce qui lui appartient avec ce qui appartient au verre qui le représente & aux autres verres de la lunette, représentons par $a_1, f_1, a_2, f_2, a_3, f_3$, ce qui a été désigné précédemment par $a, f, a', &c.$, & par F_1, F_2, F_3 les distances focales des trois verres. On a d'abord $a_1 = \infty$, $f_1 = F_1, f_3 = R$, R représentant toujours la distance focale de l'objectif. Soient $\frac{f_1}{a_1} = -n_1, \frac{f_2}{a_2} = -n_2$. Représentant par ζ le demi-diamètre de l'objet, le demi-diamètre de l'image produite par l'objectif composé, $= f_1 \cdot \frac{f_2}{a_2} \cdot \frac{f_3}{a_3} \zeta = n_1 \cdot n_2 \cdot R \zeta$. Le demi-diamètre de l'image produite par le verre simple dont il s'agit, $= F \zeta$: donc cette image devant être égale à la première, on aura $F = n_1 \cdot n_2 \cdot R$, ce qui est la première condition requise pour le verre simple qui fait fonction d'objectif composé.

Soient k_1, k_2, k_3 les demi-diamètres des ouvertures des verres qui forment l'objectif composé, $\frac{k_3}{R}$ est la tangente de l'angle que font avec l'axe les rayons extrêmes après avoir traversé cet objectif, & $\frac{k}{F}$ la tangente de l'angle que les rayons extrêmes

extrêmes font avec l'axe après avoir traversé le verre simple qui le représente. Donc ces deux angles devant être égaux, on aura $\frac{k}{f} = \frac{k_1}{f_1}$, ou $k = n_1 . n_2 . k_3$. Or $\frac{R}{p}$ étant l'intervalle compris entre le milieu de l'épaisseur d'un des verres de l'objectif composé & le milieu de l'épaisseur du suivant, on a $k_2 = k_1 \left(1 - \frac{R}{pf_1}\right)$, & $k_3 = k_2 \left(1 - \frac{R}{pf_2}\right)$, & par conséquent $k_3 = k_1 \left(1 - \frac{R}{pf_1}\right) \left(1 - \frac{R}{pf_2}\right)$. Mais à cause de $f_1 + a_2 = \frac{R}{p}$, & de $\frac{R}{p} = -\frac{F_2}{f_2}$, on a $\frac{1}{a_2} = -\frac{12}{12F_1 + F_2}$, & par conséquent $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F_2} + \frac{12}{12F_1 + F_2}$; donc $k_3 = k_1 \left(\frac{12}{12} + \frac{25F_2}{144F_1}\right)$. On aura donc l'équation $k = n_1 . n_2 . k_1 \left(\frac{12}{12} + \frac{25F_2}{144F_1}\right)$; & c'est là la seconde condition pour la détermination du verre simple qui représente l'objectif à trois verres.

Enfin le demi-diametre de la confusion due à la sphéricité des verres de l'objectif composé, $= \frac{\mu m k_1^3}{4F_1^3} \left(\lambda_1 - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1}{n_1} \left(\frac{\lambda_2}{H_2} + \frac{v'}{L_2 . H_2} \right) + \frac{1}{L_2^3 . n_1 . n_2} \left(\frac{\lambda_3}{H_3^3} + \frac{v}{L_3 . H_3} \right) \right)$, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ représentant les nombres arbitraires qui appartiennent aux verres de cet objectif; & le demi-diametre de la confusion occasionnée par la sphéricité du verre simple qui le représente, $= \frac{\mu m k^3}{4F^3} \lambda$. Donc puisqu'il doit y avoir égalité entre ces deux demi-diametres, on aura $\lambda = \frac{k_1^3 . F^3}{k^3 . F_1^3} (\lambda_1 - \&c.)$, ou $\lambda = \frac{R^3}{F_1^3 \left(\frac{12}{12} + \frac{25F_2}{144F_1} \right)} (\lambda_1 - \&c.)$, en substituant à la place de k & de F leurs valeurs, ou $\lambda = B (\lambda_1 - A_1 + A_2)$, en faisant $\frac{R^3}{F_1^3 \left(\frac{12}{12} + \frac{25F_2}{144F_1} \right)} = B$, $\frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1}{n_1} \left(\frac{\lambda_2}{H_2} + \frac{v'}{L_2 . H_2} \right) = A_1$, & $\frac{1}{L_2^3 . n_1 . n_2} \left(\frac{\lambda_3}{H_3^3} + \frac{v}{L_3 . H_3} \right) = A_2$.

Cette formule renferme la troisieme condition, & le verre simple qui fait fonction d'objectif à trois verres, est entierement

déterminé, & peut s'introduire dans le calcul, pour quelque espèce de lunettes que ce soit, à la place de l'objectif à trois verres.

Si l'objectif n'était composé que de deux verres, on aurait d'abord $F = n_1 . R$, ensuite $k = n_1 . k_2 = n_1 . \frac{11}{12} k_1$, parce que $k_2 = k_1 \left(1 - \frac{R}{f_1}\right) = n_1 . k_1 \left(1 - \frac{1}{12}\right) = \frac{11}{12} k_1$, à cause que $f_1 = F_1$ & que $\frac{R}{p} = \frac{F_1}{12}$; & enfin $\lambda = \frac{\frac{12}{11} . R^3}{11 . F_1^3} (\lambda_1 - A_1)$, ou, en faisant $\frac{12 . R^3}{11 . F_1^3} = D$, $\lambda = D (\lambda_1 - A_1)$.

92. Supposons maintenant qu'on cherche à déterminer l'objectif composé qu'on veut employer dans une lunette à la place de l'objectif simple. On introduira, dans le calcul, l'objectif simple qui fait fonction de cet objectif composé. On cherchera la confusion due à l'ouverture des autres verres; supposant que Δ soit la somme des formules qui la représentent, le demi-diamètre de la confusion totale, sera $= \frac{\mu m k_1}{4 F^3} (\lambda + \Delta)$: pour que toute confusion soit détruite, il faut donc qu'on ait $\lambda + \Delta = 0$. Si l'objectif composé qu'on veut employer est à trois verres, alors $\lambda = B (\lambda_1 - A_1 + A_2)$; on aura donc l'équation $B (\lambda_1 - A_1 + A_2) + \Delta = 0$. Mais supposant qu'employant l'objectif à trois verres, la confusion due aux autres verres soit représentée par S , il faut, pour qu'il n'y ait point de confusion, que l'équation $\lambda_1 - A_1 + A_2 + S = 0$ ait lieu; comparant les deux équations, on voit que $S = \frac{\Delta}{B}$. Ainsi l'objectif à trois verres qu'il faut employer dans la lunette, est déterminé par l'équation $B (\lambda_1 - A_1 + A_2) + \Delta = 0$, qui donne la valeur de λ_1 d'où dépend la forme du premier verre de cet objectif.

93. Si donc on veut donner à une lunette le premier des deux objectifs à trois verres, dont les dimensions ont été trouvées ci-dessus, on introduira pour le moment, dans le calcul, à la place de cet objectif, un verre simple, de crown-glass, dont la distance focale soit F , & k le demi-diamètre de l'ouverture,

& on aura $F = 1,02312 R$, & $k = k_1$. On calculera ensuite la confusion due aux autres verres représentée par Δ ; celle qui est due à l'ouverture de l'objectif composé ayant été trouvée $= \lambda_1 - 2,5022$, il faudra, pour que toute confusion soit détruite, satisfaire à l'équation $\lambda_1 - 2,5022 + \frac{\Delta}{B} = 0$.

Mais faisant le calcul de B , on trouve $\frac{1}{B} = 0,08257$; on aura donc $\lambda_1 = 2,5022 - 0,08257 \Delta$, ce qui détermine le premier verre de l'objectif.

94. Si l'on veut employer le second des deux objectifs à trois verres, alors on aura $F = 1,03349 R$, & $k = k_1$; &, ayant calculé $\frac{1}{B}$ qu'on trouvera $= 0,06091$, $\lambda_1 = 2,21913 - 0,06091 \Delta$.





THÉORIE GÉNÉRALE

DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE.

SECONDE PARTIE,

*Dans laquelle on applique la Théorie précédente à la
construction des Lunettes & des Microscopes.*

CHAPITRE PREMIER.

Des Lunettes en général.

95. **T**OUT le monde sait que les Lunettes sont des instrumens qui font voir distinctement les objets éloignés, & qu'il y en a de trois especes. Dans l'une sont comprises celles qui représentent les objets renversés, & sont destinées aux observations astronomiques. Les deux autres comprennent celles qui représentent les objets dans leur situation naturelle, & sont employées, par cette raison, pour voir les objets terrestres : l'usage des unes est borné à ceux qui sont à de petites distances, les autres servent pour toutes les distances.

Quoique la différence qu'il y a dans la construction & les usages de ces trois especes de lunettes, établisse entr'elles une division assez naturelle, Mr. Euler qui a embrassé le système de ces instrumens dans une plus grande étendue qu'on n'avait fait avant lui, a conçu entre eux une division qui paraît bien préférable. Il commence par distinguer deux especes d'images, l'une réelle, l'autre virtuelle. L'image réelle est celle que les rayons forment par leurs concours, & d'où ils divergent ensuite. L'image virtuelle est celle que les rayons tendent à former par leur convergence, mais qu'ils ne forment pas effectivement, parce qu'ils sont reçus, avant leur réunion, par quelque verre qui en change la direction; on peut encore nommer image virtuelle, celle d'où les rayons divergent, sans cependant en être partis, ou, ce qui revient au même, comme s'ils l'avaient formée.

96. Dans la figure 14, les images Fg , $F'g'$, $F''g''$, &c., sont réelles, parce que le second verre est au delà de la première, le troisième au delà de la seconde, &c., en sorte que toutes les images seront réelles, tant que $DF = f$, $FD' = a'$, $D'F' = f'$, $F'D'' = a''$, &c., seront positives. Il y aura au contraire des images virtuelles, lorsque quelques-unes des quantités f , a' ; f' , a'' , &c., seront négatives. Si, par exemple, $D''F'' = j''$ était négative, l'image $F''g''$ tomberait avant le verre $A''A''$, & les rayons transmis par ce verre, en sortiraient dirigés comme s'ils venaient de cette image, quoique cependant ils n'en viennent pas. Si c'est $F''D'' = a''$ qui est négative, l'image $F''g''$ tombera au delà du verre $A''A''$; ce sera donc encore une image virtuelle, puisque les rayons qui, après avoir traversé le verre $A''A''$, convergent pour la former, traversent auparavant le verre $A'''A'''$, & par conséquent ne la forment pas. Au reste, les deux distances j'' & a''' ne peuvent être toutes deux négatives à la fois, parce que leur somme $j'' + a'''$ forme l'intervalle $L''D'''$ entre les deux verres, qui est nécessairement toujours positif.

D'où l'on voit que le nombre des images réelles, lequel ne peut être plus grand que le nombre des verres, ne dépend point de ce nombre là. Car il est possible qu'on ait une suite

de verres tels qu'il n'y en ait aucune, ou qu'il n'y en ait qu'une, deux, &c.

Il est encore facile de voir que, quel que soit le nombre des verres, la premiere image réelle est toujours renversée, que la seconde est toujours droite, la troisieme toujours renversée, &c., sans que les images virtuelles, s'il y en a, changent rien à cet ordre.

97. Cette propriété des images réelles, observée, il paraît naturel d'établir entre les lunettes une division dépendante du nombre de ces images; & c'est précisément celle que Mr. Euler a adoptée. Il appelle lunettes de la premiere espece, celle dans lesquelles il n'y a point d'image réelle; lunettes de la seconde espece, celles où il y en a une; lunettes de la troisieme espece, celles dans lesquelles il y en a deux, &c.

98. Dans la premiere espece, puisqu'il n'y a point d'image réelle, il y a toujours une partie dans les intervalles $DD' = f + a'$, $D'D'' = f' + a''$, &c., qui est négative; ainsi, comme ces intervalles sont tous nécessairement positifs, il faut que les fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., soient négatives; & réciproquement, si elles sont toutes négatives, il n'y a point d'image réelle dans toute l'étendue de la lunette, ce qui la distingue essentiellement des autres. A cette propriété se joint celle de représenter les objets dans leur situation naturelle, parce que, comme il n'y a point d'image réelle, on aperçoit l'objet même.

99. Dans la seconde espece, quel que soit le nombre des verres qui composent la lunette, les fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., ne peuvent pas être toutes négatives, autrement il n'y aurait point d'image réelle. Mais comme il ne doit y avoir qu'une image réelle, il ne doit y avoir qu'une de ces fractions de positive, quelle qu'elle soit. Cette espece de lunettes représente les objets renversés, parce que ce n'est pas l'objet qu'on est censé voir, mais son image, & cette propriété jointe à la premiere, forme le caractère distinctif de cette espece de lunettes.

100. Dans les lunettes de la troisieme espece, où il y a deux images réelles; quel que soit le nombre des verres, il y a nécessairement deux des fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., positives,

& toutes les autres sont négatives; & pour qu'il y en ait de négatives, il faut évidemment qu'il y ait plus de trois verres. Cette espece de lunettes fait voir les objets dans leur situation naturelle, puisque c'est la seconde image réelle qu'on apperçoit, & qu'elle est dans une situation pareille à celle de l'objet. Cette propriété jointe à la premiere, distingue essentiellement cette espece de lunettes des autres.

On pourrait de même former d'autres especes de lunettes dans lesquelles il y eût trois ou un plus grand nombre d'images réelles. Mais comme cela ne pourrait se faire qu'en multipliant les verres, on ne pourrait qu'y perdre, tant parce que la lunette deviendrait plus longue, que parce qu'il passerait moins de lumiere, & qu'ainsi la clarté en souffrirait. (*)

Voyons présentement, d'après la théorie exposée dans la premiere partie, & l'idée que nous venons de donner de ces

(*) Les faits suivans font voir combien on doit éviter de trop multiplier les verres dans les instrumens de Dioptrique, à cause des pertes considérables que la lumiere souffre en les traversant.

Dans les grandes incidences, & par conséquent dans celles où la lumiere fait le moins de perte en passant au travers d'un corps diaphane, la lumiere s'affaiblit d'environ un dixieme, en traversant des morceaux de glace ordinaire, par la réflexion qui se fait à la premiere surface, par celle qui se fait à la seconde, plus forte encore que la premiere, & par la quantité de rayons absorbés ou éteints par cette derniere surface. On ne parle point de la perte que la lumiere souffre en traversant l'intérieur de la glace, parce que le peu d'épaisseur de la glace rend cette perte insensible (*Traité de la gradation de la lumiere, par M. Bouguer*).

Si l'on présente perpendiculairement aux rayons du soleil, un verre concave, les rayons réfléchis par la premiere surface de ce verre, forment, en se réunissant, un foyer où les corps combustibles peuvent prendre feu. Les rayons réfléchis par la premiere surface d'un verre concave de 21 lignes de diametre, & dont les rayons des surfaces étaient de quatre pouces & un quart, ont formé, à la distance d'environ 25 lignes, un foyer où l'amadou s'est allumé.

Si l'on présente de même perpendiculairement aux rayons du soleil, un verre convexe, les rayons réfléchis par la seconde surface qui alors est concave par rapport au soleil, forment de même, en se réunissant, un foyer où un corps combustible peut brûler. Les rayons réfléchis par la seconde surface d'un verre convexe de six pouces de diametre, & dont le rayon de chaque surface était de trente-trois pouces & demi, ont formé, à la distance d'environ huit pouces & un quart, un foyer où l'amadou a pris feu.

On juge par ces effets, combien est considérable la quantité de rayons réfléchis par les surfaces des verres. Il faut que la seconde surface en réfléchisse beaucoup; car il n'y en a qu'une partie qui traverse la premiere, & va se réunir. Beaucoup font réfléchis par cette surface, & retournent en arriere,

instrumens,

instrumens, quels sont les principes de leur construction.

101. Dans ces instrumens, l'objet étant extrêmement éloigné, on peut regarder comme infinie la quantité a qui représente sa distance à l'objectif, & alors f sera la distance focale de ce verre, abstraction faite de l'épaisseur.

Comme on a fait $f = La$, L sera une quantité infiniment petite ou nulle, à cause de $a = \infty$, en sorte que $L = 0$, & $H = \frac{L}{L+1} = 0$. Dans les expressions trouvées, Chapitres II, III, IV de la première Partie, L & H disparaîtront, en écrivant f à la place de La & de Ha .

102. On doit encore remarquer que, dans ces instrumens, 1°. on n'estime pas le champ apparent par la quantité de l'objet qu'on aperçoit, mais par l'angle sous lequel on verrait cette partie à la vue simple. Ainsi la lettre ϕ par laquelle on a désigné la moitié de cet angle, représentera la moitié du champ apparent. 2°. Qu'on estime le grossissement, en comparant la grandeur dont on voit l'objet avec l'instrument, avec celle dont on le verrait à la même distance, à la vue simple. Ainsi, le grossissement ayant été rapporté à une distance marquée par g , & la distance de l'objet ayant été représentée par a , on aura ici $g = a$. Le nombre m qui marque le grossissement, indique donc combien l'angle sous lequel nous voyons le diamètre d'un objet quelconque, avec une lunette, est plus grand que l'angle sous lequel on le verrait à la vue simple. Au reste, on n'entend parler ici que des angles assez petits; car lorsqu'ils sont un peu considérables, le nombre m indique combien la tangente de l'angle sous lequel on voit l'objet avec la lunette, est plus grande que la tangente de l'angle sous lequel on verrait cet objet à la vue simple.

103. Avant d'aller plus loin, on remarquera que, quoique la distance juste n ne soit pas la même pour tous les yeux, on n'a point égard à cette différence dans les lunettes, parce qu'une lunette bonne pour une espèce de vue, l'est pour toutes. Et parce que la distance juste n est assez considérable, relativement à la distance de l'œil au dernier verre, que, pour un grand nombre d'yeux, elle est même comme infinie, on

pourra, sans crainte d'erreur, la traiter comme telle dans le calcul. Ainsi, si p & q représentent, l'une la distance du point d'où viennent tomber sur le dernier verre les rayons infiniment proches de l'axe, & l'autre la distance du point où ils concourent, après avoir été rompus, θ la distance de l'œil; à cause de $\theta = q + n$ ou de $q = \theta - n$, la distance q devra être infinie; en sorte que $\frac{q}{n} = -1$, ou $\frac{n}{q} = -1$. Et comme $q = \infty$, il s'ensuit que la distance focale du dernier verre sera $= p$.

Voyons actuellement quelles sont les choses dont on a besoin pour construire une lunette.

104. Conservant les dénominations employées aux endroits cités ci-dessus, faisons toujours $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, &c.; & $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, $H'' = \frac{L''}{L''+1}$, &c. A cause de $a = \infty$, $f = F$; ainsi, $F = La = Ha$, en sorte qu'on pourra écrire F à la place de La ou de Ha , partout où ces quantités se trouveront. Pour les autres distances focales F' , F'' , F''' , &c., on aura $F' = H'a'$, $F'' = H''a''$, $F''' = H'''a'''$, &c.; & par conséquent, $a' = \frac{F'}{H'}$, $a'' = \frac{F''}{H''}$, $a''' = \frac{F'''}{H'''}$, &c.; & $f' = L'a' = (L' + 1)F'$, $f'' = (L'' + 1)F''$, &c.

Employant les nombres π , π' , π'' , &c., & la moitié du champ apparent ϕ , on aura aussi $a' = \frac{F\phi}{H'\pi - \phi}$, $a'' = \frac{L' \cdot F\phi}{H''\pi' - \pi + \phi}$, $a''' = \frac{L' L'' \cdot F\phi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \phi}$, &c.; $f' = \frac{L' \cdot F\phi}{H'\pi - \phi}$, $f'' = \frac{L' L'' \cdot F\phi}{H'' \pi' - \pi + \phi}$, $f''' = \frac{L' L'' L''' \cdot F\phi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \phi}$, $f'''' = \frac{L' L'' L''' L'''' \cdot F\phi}{H'''' \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \phi}$, &c.

On aura aussi les distances focales $F' = \frac{H' \cdot F\phi}{H'\pi - \phi}$, $F'' = \frac{L' H'' \cdot F\phi}{H'' \pi' - \pi + \phi}$, $F''' = \frac{L' L'' H''' \cdot F\phi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \phi}$, $F'''' = \frac{L' L'' L''' H'''' \cdot F\phi}{H'''' \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \phi}$, &c.

Ayant a' , f' , a'' , f'' , &c., on aura les intervalles des verres $f + a'$, $f' + a''$, &c. Ces intervalles doivent toujours être

positifs, ainsi qu'on l'a déjà fait observer; mais quelques-uns peuvent être nuls; savoir, lorsque deux ou un plus grand nombre de verres sont appliqués l'un contre l'autre, comme cela arrive dans les objectifs composés.

Il suit des expressions de ces intervalles, que, si $\pi = 0$, la distance entre le premier & le second verre devient nulle; que, si $\pi' = 0$, la distance entre le second & le troisième verre est aussi nulle, en sorte que ces trois verres sont appliqués l'un contre l'autre; si π'' était aussi $= 0$, le quatrième verre s'appliquerait contre le troisième, &c.

105. Quant aux ouvertures des verres, elles sont déterminées par la condition que tous les rayons que l'objet envoie sur l'objectif, soient transmis par les verres suivans, entendant par l'objet, non un objet quelconque, mais seulement ce qu'on peut voir avec la lunette, en sorte que son demi-diamètre convienne avec le demi-diamètre du champ apparent qui a été représenté par ϕ . Ainsi, k représentant le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif, le demi-diamètre de l'ouverture du second

verre, $= \frac{H' \pi F + k}{H' \pi - \phi}$, celui du troisième, $= \frac{L' H'' \pi' F + k}{H'' \pi' - \pi + \phi}$, du

quatrième, $= \frac{L' L'' H''' \pi'' F + k}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \phi}$, du cinquième, $=$

$\frac{L' L'' L''' H^{IV} \pi''' F + k}{H^{IV} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \phi}$, &c., expressions qui sont composées de deux parties qu'il faudra toujours prendre positives, malgré qu'on les trouve négatives l'une ou l'autre, ou même toutes les deux.

106. On peut exprimer plus simplement les premières parties de ces expressions, au moyen des distances focales des verres; elles seront, respectivement, $\pi F'$, $\pi' F''$, $\pi'' F'''$, $\pi''' F^{IV}$, &c. On pourra aussi simplifier les autres parties, les expressions des distances focales donnent $\frac{\phi}{H' \pi - \phi} = \frac{F'}{H' F}$, $\frac{\phi}{H'' \pi' - \pi + \phi} =$

$\frac{F''}{L' H'' F}$, $\frac{\phi}{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \phi} = \frac{F'''}{L' L'' H''' F}$, $\frac{\phi}{H^{IV} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \phi} = \frac{F^{IV}}{L' L'' L''' H^{IV} F}$, &c. Ainsi, le demi-diamètre de l'ouverture du second verre, $= \pi F' + \frac{F' k}{H' F}$, du troisième, $= \pi' F'' + \frac{F'' k}{L' H'' F}$, du

K 1

du quatrième, $= \pi'' F''' + \frac{f''' k}{L' L'' L''' H' r' F}$, du cinquième, $= \pi''' F'' + \frac{F'' k}{L' L'' L''' H' r' F}$, &c.

Si donc il arrive que quelqu'une des lettres π , π' , π'' , &c., soit nulle, alors il faudra prendre le demi-diamètre de l'ouverture du verre qui lui répond, égal à la seconde partie de l'expression. Dans les autres cas, dans lesquels la première partie est plus grande que la seconde, on pourra se contenter de prendre le demi-diamètre de l'ouverture égal à cette première partie, ce qui ne peut avoir d'inconvénient, si-non que le bord du champ apparent paraisse un peu plus obscur que le reste.

107. Le grossissement m a été trouvé en général, pour deux verres, $= \frac{f' f''}{a' a''}$; pour trois, $= \frac{f' f'' f'''}{a' a'' a'''}$; pour quatre, $= \frac{f' f'' f'''}{a' a'' a''' a''''}$; pour cinq, $= \frac{f' f'' f'''}{a' a'' a''' a''''}$, &c. Mais on a pour une lunette composée de deux verres, $\frac{f'}{a'} = -1$; pour une à trois, $\frac{f''}{a''} = -1$; pour une à quatre, $\frac{f'''}{a'''} = -1$; pour une à cinq, $\frac{f'''}{a'''} = -1$; de plus, on a fait $g = a$. On aura donc pour une lunette à deux verres, $m = -\frac{f}{a'}$; pour une à trois, $m = \frac{f f'}{a' a''}$; pour une à quatre, $m = -\frac{f f' f''}{a' a'' a'''}$; pour une à cinq, $m = \frac{f f' f'' f'''}{a' a'' a''' a''''}$, &c.

Si on a, pour m , une valeur positive, l'objet sera représenté droit; & renversé, si on a une valeur négative. Réciproquement, si l'on veut qu'une lunette grossisse, par exemple, cent fois, il y a deux cas à considérer; l'un où l'on desire que l'objet soit vu dans sa situation naturelle, l'autre où on le veut renversé; dans le premier cas, on fera $m = 100$, dans le second, $m = -100$.

Comme, pour le dernier verre ou l'oculaire d'une lunette à deux verres, f' est infinie, a' sera égale à la distance focale de ce verre; de même, f'' qui appartient à l'oculaire d'une lunette à trois verres, étant infinie, a'' sera égale à la distance focale de ce verre; de même a''' sera égale à la distance focale

de l'oculaire d'une lunette à quatre verres, à cause de $f''' = \infty$, & ainsi des autres. Ainsi, on aura pour une lunette à deux verres, $m = -\frac{F}{F'}$; pour une lunette à trois, $m = L' \cdot \frac{F}{F'}$; pour une à quatre, $m = -L' L'' \cdot \frac{F}{F'}$; pour une à cinq, $m = L' L'' L''' \cdot \frac{F}{F'}$, &c.

108. Cherchons actuellement le lieu de l'œil ou sa distance à l'oculaire.

Supposons d'abord une lunette composée de deux verres. On a trouvé (63) que la distance θ de l'œil au dernier verre d'un instrument de Dioptrique, composé de deux verres, =

$\frac{L H' a \pi \varphi}{(\pi - \varphi)(H' \pi - \varphi)}$. Dans le cas présent où $F = L a$, on aura donc $\theta = \frac{H' F \pi \varphi}{(\pi - \varphi)(H' \pi - \varphi)} = \frac{H' a' \pi}{\pi - \varphi}$, en mettant a' à la place de sa valeur $\frac{F \varphi}{H' \pi - \varphi}$. Mais, comme $f' = \infty$, & que $L' a' = f'$, L' est $= \infty$, & par conséquent $H' = 1$; ainsi on aura $\theta = \frac{a' \pi}{\pi - \varphi} = \frac{\pi F'}{\pi - \varphi}$. Or, à cause que $H' = 1$, on a $F' = \frac{F \varphi}{\pi - \varphi}$, en sorte que $\frac{1}{\pi - \varphi} = \frac{F'}{F \varphi}$; donc $\theta = \frac{\pi F' F'}{F \varphi}$, & à cause de $m = -\frac{F}{F'}$, $\theta = -\frac{\pi F'}{m \varphi}$.

On pourrait avoir encore une autre expression de θ ; car on a $\frac{\pi}{\varphi} = \frac{F + F'}{L'}$, on aura donc $\theta = -\frac{F + F'}{m} = \frac{m-1}{m} F'$, à cause de $m F' = -F$.

Pour une lunette à trois verres. On a, (63) dans le cas présent, $\theta = \frac{L' H'' F \pi' \varphi}{(\pi' - \pi + \varphi)(H'' \pi' - \pi + \varphi)} = \frac{\pi' f''}{\pi' - \pi + \varphi}$, en mettant F'' à la place de sa valeur $\frac{L' H'' F \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}$. Mais comme $f'' = \infty$, & que $L'' a'' = f''$, $L'' = \infty$, & par conséquent $H'' = 1$; on a donc $F'' = \frac{L' F \varphi}{\pi' - \pi + \varphi}$, d'où l'on tire $\frac{1}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{F''}{L' F \varphi} = \frac{1}{m \varphi}$, à cause de $m = \frac{L' F}{L'' F''}$; on aura donc $\theta = \frac{\pi' F''}{m \varphi}$.

Pour une lunette à quatre verres. On a $\theta = \frac{L' L'' H''' F \pi' \varphi}{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)(H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi)} = \frac{\pi'' F'''}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$. Mais $f''' = \infty$, $L''' = \infty$, à cause de $L''' a''' = f'''$; ainsi $H''' = 1$, & par conséquent $F''' = \frac{L' L'' F \varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$; donc $\frac{1}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} = \frac{1}{m \varphi}$.

$= \frac{L^m}{L' L'' F \phi} = -\frac{1}{m \phi}$, parce que $m = -\frac{L' L'' F}{L^m}$; on aura donc
 $\theta = -\frac{\pi''}{m \phi} F^m$.

Pour une lunette à cinq verres. En procédant d'une manière semblable, on trouvera $\theta = \frac{\pi''' F^m}{m \phi}$.

On ne répétera point que, si la valeur de θ est positive, on trouve l'endroit où il faut placer l'œil pour appercevoir tout le champ apparent; & que, si elle est négative, il faudra appliquer l'œil contre l'oculaire, & que dans ce cas, le champ apparent est déterminé par l'ouverture de la prunelle.

109. Quant au champ apparent, on aura, à cause de $g = a$, pour une lunette à deux verres, $\phi = -\frac{\pi}{m-1}$; pour une lunette à trois, $\phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$; pour une à quatre, $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$; pour une à cinq, $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$, &c.

Il est inutile de répéter que si m est un nombre positif, l'objet est représenté droit, & qu'il est au contraire représenté renversé si m est négatif.

110. On voit encore, par ces formules, que plus l'amplification m sera grande, plus, toutes choses égales, le champ apparent sera petit, & comme les lettres $\pi, \pi', \pi'',$ &c., représentent des fractions qu'on peut prendre positives ou négatives, il est évident qu'en augmentant le nombre des verres, on peut augmenter de plus en plus le champ apparent.

De cette manière on trouvera la moitié du champ apparent exprimée par une fraction qu'on doit regarder comme une partie du rayon ou du sinus total. Ainsi, comme un arc de cercle égal au rayon est d'environ 3437', on n'aura qu'à multiplier par ce nombre la fraction qui exprimera la valeur de ϕ , pour la convertir en minutes. On observera encore que cet angle ϕ est toujours considéré ici comme positif; car s'il se trouve négatif, cela indique toujours, que m doit être pris négativement, ou que l'objet est représenté renversé.

Si la distance de l'œil se trouve négative, & qu'ainsi on doive appliquer l'œil contre l'oculaire, on trouvera encore les

mêmes expressions pour le champ apparent. Il n'y aura de différence qu'en ce que, dans le cas précédent, on peut prendre la dernière des lettres π , π' , π'' , &c., telle qu'on veut, pourvu qu'on observe de la prendre au-dessous de $\frac{1}{2}$ ou de $\frac{1}{3}$, au lieu que, dans ce cas ci, elle dépend de la constitution de la prunelle.

III. Passons maintenant à la détermination du diamètre de la confusion due à la sphéricité des verres, &c, pour plus de généralité, supposons les verres de différentes espèces. On se souviendra que la supposition de $a = \infty$, donne $L = 0$, &c $La = F$; que de plus on a $g = a$, en sorte que $L^3 a a g = L^3 a^3 = F^3$. Tout cela à lieu pour toutes les lunettes.

Supposons une lunette à deux verres. Comme on a $L' = \infty$, $H' = 1$, par conséquent $F' = a'$; & $m = -\frac{F}{F'}$; on trouve (45) que le demi-diamètre de la confusion due à la sphéricité des verres, $= \frac{mk^1}{4F^1} (\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{m})$.

Supposons une lunette à trois verres. On a $L'' = \infty$, $H'' = 1$, par conséquent $F'' = a''$; & $m = \frac{L'F}{F''}$. Ainsi on trouve que le demi-diamètre de la confusion occasionnée par la sphéricité des verres, $= \frac{mk^1}{4F^1} (\mu \lambda + \frac{F' \mu'}{H' F} (\frac{\lambda'}{H''} + \frac{v'}{H' L'}) + \frac{\mu'' \lambda''}{L'' m})$.

Pour une lunette à quatre verres. On a $L''' = \infty$, $H''' = 1$, par conséquent $F''' = a'''$; & $m = -\frac{L' L'' F}{F'''}$. Ainsi on trouve que le demi-diamètre de la confusion due à la sphéricité des verres, $= \frac{mk^1}{4F^1} (\mu \lambda + \frac{F' \mu'}{H' F} (\frac{\lambda'}{H''} + \frac{v'}{H' L'}) + \frac{F'' \mu''}{L'' H'' F} (\frac{\lambda''}{H'''} + \frac{v''}{H'' L''}) + \frac{v'''}{H''' L'''} - \frac{\mu''' \lambda'''}{L''' m})$.

On trouvera de même que pour une lunette à cinq verres, le demi-diamètre de la confusion $= \frac{mk^1}{4F^1} (\mu \lambda + \frac{F' \mu'}{H' F} (\frac{\lambda'}{H''} + \frac{v'}{H' L'}) + \frac{F'' \mu''}{L'' H'' F} (\frac{\lambda''}{H'''} + \frac{v''}{H'' L''}) + \frac{F''' \mu'''}{L''' H''' F} (\frac{\lambda'''}{H''''} + \frac{v'''}{H''' L'''}) + \frac{\mu'''' \lambda''''}{L'''' m})$;

que pour une lunette à six verres, le demi-diamètre de la

$$\text{confusion} = \frac{m k^3}{4 F^3} \left(\mu \lambda + \frac{F^1 \mu^1}{H^1 F} \left(\frac{\lambda^1}{H^1} + \frac{y^1}{H^1 L^1} \right) + \frac{F'' \mu''}{L^{12} H'' F} \left(\frac{\lambda''}{H''} + \frac{y''}{H'' L''} \right) + \frac{F''' \mu'''}{L^{13} L''^1 H''' F} \left(\frac{\lambda'''}{H'''} + \frac{y'''}{H''' L'''} \right) + \frac{F^{12} \mu^{12}}{L^{12} L^{12} L''^1 H^{12} F} \left(\frac{\lambda^{12}}{H^{12}} + \frac{y^{12}}{H^{12} L^{12}} \right) \right), \&c.$$

On trouvera donc, par ces formules, le demi-diametre de la confusion exprimé par un nombre ou fraction numérique, & cette fraction convertie en degrés, minutes & secondes, indiquera sous quel angle chaque point de l'objet est vu avec la lunette, ce qui est précisément en quoi consiste l'effet de la confusion.

112. Pour que la confusion puisse se supporter, il faut donc que le demi-diametre de la confusion soit toujours en deçà d'une certaine limite pour laquelle M' . Euler prend la fraction $\frac{1}{4q}$, q étant = 40, ainsi qu'on l'a vu (39). Si donc on représente par N tout ce qui est renfermé entre les parenthèses, dans les expressions précédentes, il faudra faire en sorte que $\frac{m k^3}{4 F^3} N$ n'excede pas $\frac{1}{4q}$; d'où l'on peut supposer $\frac{m k^3}{F^3} N = \frac{1}{q^2}$, équation qui détermine la distance focale de l'objectif, car elle donne $F = q k \sqrt[3]{m N}$.

113. Si on représente le degré de clarté par y , on aura (50) $y = \frac{k}{m}$, à cause que $g = a$, & par conséquent $k = m y$. On aura donc $F = q m y \sqrt[3]{m N}$. D'où l'on voit que, toutes choses égales, la distance focale de l'objectif est comme la racine cubique de l'amplification m .

Qu'on ne trouve point étrange, dit M' . Euler, si l'on déduit la distance focale de l'équation précédente, quoiqu'elle se trouve déjà dans le nombre N ; car c'est bien moins la quantité F qui entre dans ce nombre, que les rapports de F aux autres distances focales F' , F'' , &c., qu'on peut regarder comme étant connus d'ailleurs.

Si l'on pouvait faire en sorte que N fût = 0, en sorte qu'il n'y eût plus de confusion, alors l'équation précédente pour la distance focale de l'objectif, donnerait $F = 0$, ce qui ne pouvant

vant être, il faudrait avoir recours à l'ouverture, c'est-à-dire, à la quantité k , laquelle étant donnée par le degré de clarté y & l'amplification m , on ferait ce verre d'un foyer qui lui permit de porter cette ouverture : il faudrait lui donner un foyer qui fût au moins plus de cinq fois plus grand que le demi-diamètre de l'ouverture, & qui fût même plus grand que nous ne disons, suivant que les surfaces de ce verre se trouveraient avoir plus de courbure.

114. Cherchons enfin quelle disposition les verres doivent avoir pour la destruction des couleurs & pour la réunion des images produites par les diverses especes de rayons.

Pour une lunette à deux verres.

A cause de $La = F$ & $a' = F'$, l'équation générale pour la destruction des couleurs (81), lorsque la distance de l'œil est positive, devient $\frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{\pi F'}{F} = 0$, ou $-\frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{\pi}{m\varphi} = 0$, ou, à cause que $-\frac{\pi}{\varphi} = m - 1$, $\frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{m-1}{m} = 0$, ce qui ne pouvant avoir lieu, il est évident qu'on ne peut détruire les couleurs dans les lunettes composées de deux verres.

L'équation pour la destruction des couleurs (81), lorsque la distance de l'œil est négative, devient, à cause que $L = 0$, & $La = F$, $\frac{dP}{P-1} L'F\pi = 0$, ce qui ne peut avoir lieu, L' étant $= \infty$.

L'équation générale pour la réunion des images (81), est $\frac{dP}{P-1} \cdot L(L+1)a + \frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{a'}{H'} = 0$. Cette équation devient, à cause de $L = 0$, $La = F$, $H' = 1$, $a' = F'$, $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dF'}{F'-1} \cdot F' = 0$.

Pour une lunette à trois verres.

L'équation générale pour la destruction des couleurs (82), dans le cas de trois verres, lorsque la distance de l'œil est positive, devient, à cause de $La = F$ & de $a'' = F''$, $\frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi a'}{F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' F''}{L' \varphi F} = 0$, ou $\frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{\pi a'}{F} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi'}{m\varphi} = 0$, parce que $m = \frac{L'F}{L''F''}$.

L

Si la distance de l'œil est négative, l'équation générale (82) devient, à cause que $L = 0$, $La = F$ & $L^n = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' \pi' F + \frac{dF'}{F'-1} a' ((L' + 1) \pi' - \pi) = 0$.

L'équation générale, pour la réunion des images, dans le cas de trois verres (82), est $\frac{dP}{P-1} L (L + 1) a + \frac{dP'}{P'-1} \frac{a'}{H'} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{a''}{L'' H''} = 0$. Mais $L = 0$, $La = F$, $a' = \frac{F'}{H'}$, $a'' = F''$, $H'' = 1$. Cette équation deviendra donc $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{F'}{H'} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{F''}{L''} = 0$.

Pour une lunette à quatre verres.

L'équation trouvée pour l'anéantissement des couleurs, dans le cas de quatre verres (83), lorsque la distance de l'œil au dernier est positive, devient, à cause de $La = F$, & de $a'' = F''$, $\frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{\pi' a'}{q F} + \frac{dL''}{L''-1} \cdot \frac{\pi'' a''}{L' q F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi'' F''}{L' L'' q F} = 0$, ou $\frac{dF'}{F'-1} \cdot \frac{\pi' a'}{q F} + \frac{dL''}{L''-1} \cdot \frac{\pi'' a''}{m q} = 0$, parce que $m = -\frac{L' L'' F}{F''}$.

Si la distance de l'œil est négative, l'équation générale (83), devient, à cause que $L = 0$, $La = F$, $L'' = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' L'' \pi'' F + \frac{dF'}{F'-1} a' ((L' + 1) L'' \pi'' - \pi) + \frac{dP''}{P''-1} a'' \cdot \frac{(L'' + 1) \pi'' - \pi'}{L'} = 0$.

L'équation générale, pour la réunion des images, pour le cas de quatre verres (83), est, en la multipliant par L^2 , $\frac{dP}{P-1} L (L + 1) a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{a'}{H'} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{a''}{L'' H''} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{a''}{L' L'' H''} = 0$. Mais $L = 0$, $La = F$, $a' = \frac{F'}{H'}$, $a'' = \frac{F''}{H''}$, $a''' = F''$, $H'' = 1$; ainsi cette équation devient $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{F'}{H'} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{F''}{L''} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{F''}{L' L''} = 0$.

Pour une lunette à cinq verres.

On trouvera de même que l'équation pour la destruction des couleurs, lorsque la distance à l'oculaire est positive, est $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi' a'}{q F} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi'' a''}{L' q F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi'' a''}{L' L'' q F} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{\pi''' a'''}{m q} = 0$; que lorsque la distance de l'œil est négative, l'équation est, à

cause de $L'' = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' L'' L''' \pi'' F + \frac{dF'}{P'-1} a' (L' + 1) L'' L''' \pi''' - \pi'' + \frac{dF''}{P''-1} a'' \cdot \frac{(L''+1) L''' \pi''' - \pi''}{L'}$ +
 $\frac{dF'''}{P'''-1} a''' \cdot \frac{(L''' + 1) \pi''' - \pi''}{L' L''} = 0$;

& que l'équation pour la réunion des images, est $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dF'}{P'-1} \cdot \frac{F'}{H'^2} + \frac{dF''}{P''-1} \cdot \frac{F''}{L' H''^2} + \frac{dF'''}{P'''-1} \cdot \frac{F'''}{L' L'' H'''^2} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{F'''}{L' L'' L''' H'''^2} = 0$. Et ainsi des autres.

115. Si les verres sont tous de la même espèce, on n'aura qu'à supprimer, dans les équations, les coefficients différentiels. Alors il ne sera pas possible de satisfaire à l'équation pour la réunion des images. Ainsi, il y a une partie de la confusion occasionnée par la différente réfrangibilité des rayons de lumière, qu'il est impossible de détruire tant que les verres ont la même qualité réfringente.

CHAPITRE II.

Des Lunettes qui représentent les objets dans une situation renversée.

Ces lunettes n'ont, ainsi qu'on l'a fait remarquer, qu'une seule image réelle. Comme ce sont les seules dont les Astronomes fassent usage, nous allons tâcher de les traiter avec tout le détail qu'exige l'importance de leur objet. Commençons par faire observer qu'il faut prendre toujours négativement, dans toutes les formules qui ont été données, la lettre m qui exprime le grossissement.

116. Proposons-nous d'abord de construire la lunette la plus simple qui représente les objets renversés, & amplifie un nombre de fois m , en employant la même espèce de verre.

On aura, pour l'amplification, $m = \frac{f}{f'}$, où f exprime la dis-

tance focale de l'objectif, & a' celle de l'oculaire à cause que $f' = \infty$. Ainsi, la fraction $\frac{f}{a'}$ étant ici positive, comme la distance $f + a'$ l'est aussi, il faut que les deux distances focales f & a' soient positives, en sorte que les deux verres seront toujours convexes, & l'image réelle tombera en F (fig. 12) qui est en même tems le foyer commun des deux verres.

Le demi-diamètre du champ apparent sera $\phi = \frac{\pi}{m+1}$; & pour le voir tout entier, il faudra que l'œil soit placé à une distance θ de l'oculaire, $= \frac{\pi F'}{m\phi}$, en représentant par F' la distance focale de l'oculaire; comme $\pi = (m+1)\phi$, cette distance θ sera $= \frac{m+1}{m} F'$, & par conséquent un peu plus grande que F' .

Pour que les objets soient vus avec un degré donné y de clarté, y étant une mesure plus petite que le demi-diamètre de la prunelle, on a fait voir que le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif doit être $= my$. D'où l'on voit déjà que la distance focale f ou F de ce verre ne doit pas être supposée plus petite que k .

Quant aux couleurs qui altèrent la représentation de l'objet, il n'est pas possible de les faire disparaître; car pour cela il faudrait pouvoir satisfaire à l'équation $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{\pi}{m\phi} = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{m+1}{m} = 0$, ce qui n'est pas possible. On peut encore moins détruire ce qui reste de confusion provenant de la différente réfrangibilité, puisqu'il faudrait qu'on eût $\frac{dP}{P-1} (F + F') = 0$.

Tout ce qu'on peut faire, c'est de rendre insensible la confusion qui est due à l'ouverture, ou, ce qui revient au même, de faire en sorte que le demi-diamètre de la confusion ne passe pas une certaine limite qu'on a désignée par la lettre q . Pour satisfaire à cette condition, on n'aura qu'à prendre $\frac{m\mu k}{4F^2} (\lambda + \frac{\lambda'}{m}) < \frac{1}{4q^2}$, ou $\frac{k}{F^2} (\mu \lambda m + \mu \lambda') < \frac{1}{q^2}$; d'où nous aurons cette

condition pour la distance focale F de l'objectif, $F > qk\sqrt{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$, ou, à cause que $k = m\gamma$, $F > qm\gamma\sqrt{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$; en sorte qu'il faudra prendre au moins F égale à cette valeur.

117. Plus le nombre μ , lequel dépend de l'espèce du verre, sera petit, moins la distance focale F sera grande. Or ce nombre est d'autant plus petit que le rapport de réfraction est plus grand; il semble donc qu'il y aurait à gagner à employer l'espèce de verre dont la force réfringente est la plus grande; mais alors les couleurs augmenteraient, à cause de la formule $\frac{dP}{P-1}$ qui croît à proportion du rapport de réfraction; ainsi il faut s'en tenir au verre commun.

118. Pour diminuer la longueur de ces instrumens, il importe beaucoup de faire l'objectif tel que $\lambda = 1$, ce qui est la valeur la plus petite de cette lettre. Comme $a = \infty$, le rayon de sa surface antérieure sera $= \frac{F}{\gamma}$, & celui de sa surface postérieure $= \frac{F}{\gamma'}$.

119. Quant à ce qui regarde l'oculaire, on gagnerait peu à faire $\lambda' = 1$, parce que, lorsque l'amplification est considérable, ce terme est presque nul par rapport au premier. Il vaut beaucoup mieux donner à ce verre la figure qui le rend susceptible de la plus grande ouverture, parce que c'est d'elle que le champ apparent dépend principalement. Ainsi, on pourra prendre pour règle de faire l'oculaire également convexe des deux côtés, au moyen de quoi la lettre π pourra avoir pour valeur $\frac{1}{4}$, & même plus.

Pour avoir λ' , on aura recours aux rayons des surfaces de ce verre, lesquels sont, dans la supposition de $f' = \infty$, $b' = \frac{a'}{\gamma + \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, $c' = \frac{a'}{\delta + \sqrt{(\lambda' - 1)}}$. Puisque ces rayons sont supposés égaux, on déduira de la comparaison de leurs valeurs, $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2} = \frac{2(P - 1)}{F\sqrt{(4P - 1)}}$, en substituant les valeurs de δ , γ , & (10). Dans le verre commun, $P = 1,55$; donc $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,79367$, & par conséquent $\lambda' = 1,62991$. Quant aux rayons des faces, on remarquera qu'ils donnent

$$\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} = \frac{b+y}{a'} = \frac{1}{(P-1)a'} = \frac{2}{b'}, \text{ en sorte que } b' \text{ ou } c' = 2(P-1)a' = 2(P-1)F'.$$

Pour déterminer le degré de clarté & le degré de netteté suffisans pour des lunettes astronomiques, Mr. Euler se sert d'une remarque de Mr. Huyghens.

120. Voyons ce qui regarde le degré de clarté. Mr. Huyghens fait de 1,225 de pouce, le demi-diamètre de l'ouverture d'un objectif de 20 pieds de foyer, & juge que l'objet peut être amplifié 89 fois; & il observe ce rapport dans les autres objectifs. Puis donc qu'on a ici $k = 1,225$ de pouce, & $m = 89$, on aura, à cause de $k = my$, $y = \frac{k}{m} = \frac{1}{73}$; si donc on supposait $y = \frac{1}{50}$, on donnerait aux lunettes un degré de clarté plus considérable que celui qu'on leur donne ordinairement.

121. A l'égard du degré de netteté, marqué par q , le même exemple donnant $F = 240$ pouces, $m = 89$, $y = \frac{1}{73}$, & le verre commun $\mu = 0,9$ environ, supposant enfin $\lambda = 1$, on aura, en substituant dans la formule $F = qmy\sqrt{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$, & négligeant le second terme contenu sous le radical, $240 = \frac{89}{73}q\sqrt{0,9 \times 89}$, d'où l'on tire $q = 45$. Si donc on prenait $q = 50$, on aurait plus de netteté qu'on n'en a ordinairement. Ainsi il suffirait, suivant Mr. Huyghens, de supposer $qy = \frac{45}{73} = \frac{5}{8}$ environ; d'où l'on voit que, si on supposait $qy = 1$, on aurait plus de clarté & plus de netteté; mais aussi la lunette deviendrait beaucoup plus longue, que si on supposait $qy = \frac{5}{8}$.

122. Rapprochons actuellement tout ce qui appartient à la construction de la lunette. Le rayon b de la face antérieure de l'objectif = $\frac{F}{f}$, le rayon c de la face postérieure = $\frac{F}{y}$; le demi-diamètre de l'ouverture = my . Comme on a $m = \frac{F}{f}$, l'intervalle entre les deux verres sera = $\frac{m+1}{m}F$. Les rayons des faces de l'oculaire seront égaux chacun à $2(P-1)F' = 2(P-1)\frac{F}{m}$.

La distance θ de l'œil à ce verre, $= \frac{m+1}{m} F' = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{F}{m}$. Le demi-diamètre de l'ouverture de ce verre étant égal à π multiplié par la distance focale, si l'on prend $\pi = \frac{1}{4}$, ce demi-diamètre sera $= \frac{1}{4} F'$ ou $= \frac{1}{4} \cdot \frac{F}{m}$. Le champ apparent $\phi = \frac{\pi}{m+1}$; multipliant par $3437'$, pour convertir en degrés & minutes, on aura $\phi = \frac{859'}{m+1}$. Enfin, la distance focale F de l'objectif, $= qmy\sqrt{0,9382(m+1,62991)}$.

123. Si l'on voulait employer un objectif double ou un triple, au lieu d'un objectif simple, comme la distance focale de l'objectif deviendrait beaucoup plus petite, la lunette deviendrait beaucoup plus courte. Cette diminution vient de ce que λ qui entre dans l'expression du demi-diamètre de la confusion, est, dans les objectifs composés, fort au dessous de l'unité. S'il s'agit d'un objectif double, $\lambda = 0,19183$; si l'objectif est triple, $\lambda = 0,042165$ (*Voyez* 21 & 26.) Dans le premier cas, $F = qmy\sqrt{0,9382(0,19183 \cdot m + 1,62991)}$; dans le second, $F = qmy\sqrt{0,9382(0,042165 \cdot m + 1,62991)}$, F représentant la distance focale de l'objectif composé. Quant à l'amplification, le champ apparent, le lieu de l'œil, &c., tout cela demeure le même.

Si l'on fait, avec Mr. Huyghens, $qy = \frac{1}{8}$, on trouve que l'objectif d'une lunette qui grossit 100 fois, étant simple, son foyer est de 23 pieds $9 \frac{1}{2}$ pouces; que s'il est double, son foyer est de $14 \frac{1}{2}$ pieds; qu'enfin, s'il est triple, son foyer n'est que de 9 pieds $2 \frac{1}{2}$ pouces.

124. S'il est avantageux d'employer des objectifs composés au lieu des objectifs simples, en ce qu'ils rendent les lunettes beaucoup plus courtes, il l'est aussi beaucoup de substituer des oculaires composés aux oculaires simples, parce qu'on augmente, par leur moyen, le champ apparent. On peut le rendre double ou triple, en employant un oculaire double ou triple, ainsi qu'on va le faire voir.

125. Supposons qu'on veuille construire une lunette dont l'oculaire soit double, dans la vue de doubler le champ appa-

rent. La lunette est donc composée de trois verres dont les deux derniers sont contigus. Puisqu'il y a trois verres, on aura $m = -\frac{f'f''}{f''-a}$; & comme l'intervalle $f' + a'' = 0$, on aura $a'' = -f'$, & par conséquent $m = \frac{f}{f'}$. Puisqu'on emploie un oculaire double, afin de doubler le champ apparent, & que le demi-diamètre du champ apparent est actuellement $\phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$; pour qu'il soit double de ce qu'il serait si l'oculaire était simple, il faut que $-\pi' = \pi$, car alors $\phi = \frac{2\pi}{m+1}$. Mais F & F' représentant les distances focales de l'objectif & du premier des deux verres qui forment l'oculaire, on a $\frac{H'\pi - \phi}{H'\pi - \phi} = \frac{F'}{H'F} = \frac{a'}{F}$, à cause de $F' = H'a'$; donc, puisque $m = \frac{f}{f'} = \frac{F}{F'}$, on aura $\frac{H'\pi - \phi}{\phi} = m$, & par conséquent $H'\pi = (m+1)\phi$; donc $H' = 2$, & par conséquent $L' = -2$. Donc, puisque $F' = H'a'$, on aura $F' = 2a' = \frac{2F}{m}$. Mais $a'' = -f' = -L'a' = -\frac{L'F}{m} = \frac{2F}{m}$, & a'' est égale à la distance focale du dernier verre, à cause de $f'' = \infty$; donc cette distance focale $F'' = \frac{2F}{m}$; les deux verres qui composent l'oculaire, sont donc égaux.

Quant au demi-diamètre de la confusion, lequel est exprimé par $\frac{m\mu k^3}{4F^3} \left(\lambda + \frac{f^3}{H'F} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{f}{L'} \right) - \frac{\lambda''}{L'^3 m} \right)$, il sera $= \frac{m\mu k^3}{4F^3} \left(\lambda + \frac{1}{2m} \left(\frac{\lambda'}{4} - \frac{f}{2} \right) + \frac{\lambda''}{8m} \right)$, à cause de $H' = 2$, $L' = -2$, & $F' = \frac{2F}{m}$.

Il faut maintenant observer que les deux verres qui composent l'oculaire, ne peuvent supporter une ouverture telle que $\pi = \frac{1}{2}$, qu'autant qu'ils sont également convexes des deux côtés. Or, pour le dernier, on trouve, dans la supposition des convexités égales, ainsi qu'on l'a vu, $\lambda'' = 1,6299$, P étant $= 1,55$. Pour trouver la valeur de λ' qui appartient au premier, on n'aura qu'à comparer les valeurs des rayons des deux faces,

faces, lesquels sont $b' = \frac{d'f'}{\gamma f' + \delta a' + \varepsilon (a' + f') \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, $c' = \frac{d'f'}{\gamma a' + \delta f' + \varepsilon (a' + f') \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, on aura $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\gamma - \delta}{2\varepsilon} \cdot \frac{a' - f'}{a' + f'}$, à cause que $f' = L'a'$, & que $L' = -2$, & par conséquent $\lambda' = 1 + \frac{2(\delta - \gamma)^2}{4\varepsilon^2}$. Mais $\lambda^n = 1 + \frac{(\delta - \gamma)^2}{4\varepsilon^2} = 1,6299$; ainsi $\frac{(\delta - \gamma)^2}{4\varepsilon^2} = 0,6299$. Donc $\lambda' = 6,6691$. On aura donc $\frac{\lambda'}{4} - \frac{r}{2} = 1,5509$; en sorte que la partie de la confusion due au premier des deux oculaires, $= \frac{0,7754}{m}$. Quant à la partie de la confusion qui provient du second, elle $= \frac{0,2037}{m}$. Ainsi la partie que produit cet oculaire double, dans l'expression de la confusion, $= \frac{0,9791}{m}$. Supposant donc toujours ce demi-diamètre $= \frac{r}{49}$, on aura la distance focale de l'objectif $F = qmy\sqrt{0,9382(\lambda m + 0,9791)}$. On laisse λ sans la déterminer, afin de laisser la liberté de prendre l'objectif tel qu'on voudra, simple, double, &c.

Pour trouver les rayons des faces des deux verres simples qui composent l'oculaire, on aura pour le premier, $\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} = (\delta + \gamma) \frac{a' + f'}{a'f'} = (\delta + \gamma) \frac{1}{f'} = \frac{1}{(P-1)f'} = \frac{2}{f'}$, & par conséquent, $b' = 2(P-1)F' = 4(P-1)\frac{F}{m}$, à cause de $F' = \frac{2F}{m}$; ainsi, $b' = \frac{2,20F}{m}$. On aura aussi $b^n = \frac{2,20F}{m}$.

Pour le lieu de l'œil, on a $\theta = -\frac{\pi'F^n}{m\phi} = \frac{\pi F^n}{m\phi} = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{F}{m}$, à cause que $F^n = \frac{2F}{m}$, & $\phi = \frac{2\pi}{m+1}$. Le demi-diamètre du champ apparent fera $= \frac{1718}{m+1}$ minutes.

126. On a dû remarquer que l'oculaire double augmente moins la confusion qu'un simple. Quant aux couleurs qui pourraient altérer les bords de l'objet, il est facile de s'assurer qu'il n'en produit pas davantage que s'il était simple.

M

Actuellement il n'est pas difficile de voir qu'avec un oculaire triple on pourrait tripler le champ apparent, &c.

127. Nous ne devons pas oublier d'avertir que non seulement il faut peindre en noir l'intérieur des tuyaux des lunettes, mais encore qu'il faut placer à l'endroit où se forme l'image, un diaphragme, ou cercle aussi peint en noir & percé d'un trou égal au diamètre de l'image, afin d'intercepter les rayons étrangers qui pourraient entrer dans l'œil & troubler la vision. Ainsi, le demi-diamètre de l'image, dans les lunettes dont on vient de parler, étant égal à $F\phi$, on fera le demi-diamètre de ce trou, de cette quantité.

128. Ces lunettes, les seules connues jusqu'à ces derniers tems, encore n'y avait-il que celles à objectif & oculaire simples, joignant au défaut de donner des couleurs, celui d'une longueur considérable, on a toujours désiré de pouvoir les délivrer de l'un & de l'autre. Le premier étant dû à la nature de la lumière, on regardait comme impossible de le faire disparaître, lorsqu'en 1748, Mr. Euler apprit aux Opticiens que pour y réussir, il ne s'agissait que de former les objectifs de matières différemment réfringentes. Quoique fondée sur les considérations les plus décisives, cette idée ne fut pas d'abord appréciée ce qu'elle valait, elle éprouva même des contradictions. Les défenseurs du vieux préjugé opposèrent l'autorité de Mr. Newton, & une de ses expériences qui la renversait, parce que ce grand homme l'avait manquée, fut sur le point de faire rejeter, comme absurde, la plus importante découverte. Enfin la démonstration de la méprise de M. Newton, d'une part, & de l'autre, la découverte que fit Mr. Dollond de la qualité réfringente du flint-glass, la firent triompher. Admise aussi-tôt par tous les Opticiens, ils ont porté, par son secours, les lunettes au plus haut degré de perfection. Ils l'avaient même adoptée si complètement & avec si peu de réserve, qu'ils regardaient la destruction des couleurs comme impossible, si les objectifs n'étaient composés de matières dont la réfringence fut différente. Ils se trompaient cependant ; & ce fut encore Mr. Euler qui le leur apprit. Il fit voir qu'on pouvait, avec la même espèce de verre, anéantir la partie la plus considérable & la

plus importante à détruire, de la confusion due à la différente réfrangibilité de la lumière; en un mot, construire des lunettes qui ne donneraient point de couleurs sensibles. Après avoir exposé cette découverte dans les Mémoires de Berlin, il s'en occupe de nouveau dans sa Dioptrique, & en montre tous les avantages. Il commence par faire voir comment l'on peut, avec trois verres de la même espèce, construire des lunettes sans couleurs. Mais comme elles ont encore le défaut d'une trop grande longueur, il enseigne ensuite à les délivrer de ce défaut, en les composant de quatre verres, avantage auquel se joint celui d'être absolument exemptes de la confusion due à la sphéricité des verres. Si elles n'avaient pas l'inconvénient d'avoir trop peu de champ, ces lunettes ne laisseraient donc rien à désirer. Heureusement qu'il est facile d'y remédier, en leur ajoutant un verre ou deux, & alors elles ont toutes les qualités, ainsi qu'on va le voir par les détails de la construction d'une lunette à cinq verres, dans lesquels nous allons entrer, d'après ce grand Géometre.

129. Supposant donc cinq verres, & l'objet renversé, le grossissement $m = -\frac{f'f''f'''}{f''f'''} \cdot$ Si l'on suppose, comme le fait Mr. Euler, que l'image réelle tombe entre le quatrième & le cinquième verre, la fraction seule $\frac{f'''}{a'''} \cdot$ sera positive, & les autres $\frac{f}{a}, \frac{f'}{a'}, \frac{f''}{a''} \cdot$ seront négatives. Soient $\frac{f}{a} = -n, \frac{f'}{a'} = -n', \frac{f''}{a''} = -n'', \frac{f'''}{a'''} = n''' \cdot$ On aura $a' = -\frac{f}{n}, f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}, a'' = -\frac{f'}{n'} = -\frac{L'f}{n'n'}, f'' = L'a'' = -\frac{L'L'f}{n'n'}, a''' = -\frac{f''}{n''} = -\frac{L'L'f}{n'n''}, f''' = L'a''' = -\frac{L'L'f}{n'n''}, a'''' = \frac{f'''}{n'''} = -\frac{L'L'f}{n'n''n'''} = -\frac{L'L'f}{m},$ à cause que $m = n'n''n''' \cdot$

Les distances focales seront $F = f, F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}, F'' = H''a'' = -\frac{L'H'f}{n'n'}, F''' = H'''a''' = -\frac{L'L'H'f}{n'n''}, F'''' = a'''' \cdot$

Mz

Les intervalles seront $f + a' = (1 - \frac{1}{n})f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}(1 - \frac{1}{n'})$, $f'' + a''' = \frac{L'L''f}{nn'}(1 - \frac{1}{n''})$, $f''' + a'''' = -\frac{L'L''L'''f}{nn'n''}(1 + \frac{1}{n'''})$. Comme les valeurs de ces intervalles doivent être positives, & que n, n', n'', n''' sont des nombres positifs par eux-mêmes, il faut que $(n-1)f$, $L'f(1-n')$, $L'L''f(n''-1)$ soient des quantités positives, & que $L'L''L'''f$ soit une quantité négative.

Si l'on suppose que les rayons sortent parallèles du second verre, on a $L' = \infty$, puisqu'alors $f' = \infty$, & que $f' = L'a'$; en sorte que $L' = \frac{L'}{f'} = \infty$. On aura de plus, $L'' = 0$, car $a'' = \infty$, de même que f , à cause du parallélisme des rayons; ainsi, comme $f'' = L''a''$, on a $L'' = \frac{f''}{a''} = 0$.

On peut considérer L' comme un nombre extrêmement grand; si donc ω est une fraction très-petite, on pourra supposer $L' = \frac{1}{\omega}$, & alors $H' = \frac{L'}{L'+1} = \frac{1}{1+\omega}$.

Soient les intervalles entre les trois premiers verres, très-petits & égaux chacun à ωf , c'est-à-dire, $f + a' = f' + a'' = \omega f$; on aura $n = \frac{1}{1-\omega} = 1 + \omega$, & $n' = \frac{1}{1+\omega}$, en sorte que n & n' diffèrent extrêmement peu de l'unité, & surtout n' .

Si, de même qu'on a considéré L' comme un nombre extrêmement grand, on considère L'' comme un nombre extrêmement petit, on pourra le supposer $L'' = N\omega$, en sorte qu'on aura $L'L'' = N$. La supposition de $L'' = N\omega$, donne $H'' = \frac{N\omega}{N\omega+1}$.

Il résulte des suppositions précédentes de $n = 1 + \omega$, $n' = 1$, & $L'L'' = N$, & de celle du parallélisme des rayons, au sortir du second verre, que $a' = -\frac{f}{1+\omega}$ ou $a' = -(1-\omega)f$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $a''' = -\frac{Nf}{n''}$, $f''' = -\frac{L'''Nf}{n''}$, $a'''' = -\frac{L'''Nf}{n''n'''}f$; que les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{f}{1+\omega}$, $F'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $F''' = -\frac{Nf}{n''}$, $F'''' = a'''' = -\frac{L'''Nf}{n''n'''}f$; que les intervalles $f + a' = \omega f$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = Nf \cdot \frac{n''-1}{n''}$,

$f''' + a'' = -\frac{N L''' f}{n''} \cdot \frac{n'' + 1}{L''}$. L'expression du troisieme fait connaître que n'' doit être plus grande que l'unité, & celle du quatrieme, que L'' doit être négative.

Les distances focales donnent les équations suivantes : $\frac{H' \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H' F}{F'} = \frac{H' F}{H' a'} = \frac{F}{a'} = \frac{f}{a''} = -n$, ce qui donne, à cause de $H' = \frac{1}{1+a'}$, $\frac{\pi}{\varphi} = 1 - n + \omega - \omega n$, &, en substituant à la place de n , sa valeur $1 + \omega$, $\frac{\pi}{\varphi} = -\omega$;

ensuite $\frac{H'' \pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L' H'' F}{F'} = \frac{L' H'' F}{H'' a''} = \frac{L' f}{a''} = n'$. Substituant, à la place de H'' , sa valeur $\frac{N \omega}{N \omega + 1}$, & à la place

de $\frac{\pi}{\varphi}$, sa valeur $1 - n + \omega - \omega n$, on aura $\frac{\pi'}{\varphi} = \frac{(1 - n - \omega n)(N \omega + 1)}{N}$, ou $\frac{\pi'}{\varphi} = -\frac{2 \omega}{N}$.

Et enfin $\frac{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L' L''' H''' F}{L''' F'} = \frac{L' L''' H''' F}{H''' a''' F} = \frac{L' L''' f}{a'''} = -n''$, d'où l'on tire $\frac{\pi''}{\varphi} = -\frac{n'' - 1}{H''}$, $\frac{\pi}{\varphi}$ & $\frac{\pi'}{\varphi}$ étant d'une petitesse qui permet de les négliger.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''}{m + 1}$.

Pour qu'il soit le plus grand possible, il faudra prendre $\pi'' = \frac{1}{4}$,

$-\pi''' = \frac{1}{4}$; il deviendra alors $\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1}$; on néglige π & π' à cause de leur petitesse. Si l'on substitue cette valeur de φ & celle de π'' dans l'expression du lieu de l'œil $\theta = -\frac{\pi''' F'}{m \varphi}$, on aura $\theta = -\frac{m+1}{2} \cdot \frac{N L''' f}{n'' m}$, valeur qui nous

prouve encore la nécessité que L''' soit négative. Pour voir si elle l'est en effet, déterminons d'abord H''' , en substituant dans l'équation $\frac{1}{H'''} = \frac{\pi''}{(1-n'')\varphi}$, les valeurs de π'' & de φ ; on trouvera $H''' = -\frac{2(n''-1)}{m+1}$, & par conséquent $L''' = -\frac{2(n''-1)}{2n''+m-1}$; ainsi L''' sera négative, pourvu que n'' soit plus grande que l'unité.

L'équation générale pour la destruction des couleurs, est

$\frac{\pi a^f}{\phi F} + \frac{\pi^f a^H}{L^f \phi F} + \frac{\pi^H a^H}{L^H L^H \phi F} + \frac{\pi^H F^f}{L^H L^H \phi F} = 0$, laquelle, à cause que $F = f$, $\frac{a^f}{f^f} = -1$ à très-peu près, $\frac{a^H}{L^H f} = 1$, $\frac{a^H}{L^H f} = -\frac{1}{L^H}$, $\frac{\pi^H}{L^H L^H f} = -\frac{1}{L^H L^H}$, se change dans la suivante, $-\frac{\pi}{\phi} + \frac{\pi^f}{\phi} - \frac{\pi^H}{\phi} \cdot \frac{1}{L^H} - \frac{\pi^H}{\phi} \cdot \frac{1}{L^H L^H} = 0$, ou $\omega = \frac{2\pi}{N} = \frac{\pi^H}{\phi} \cdot \frac{1}{L^H} - \frac{\pi^H}{\phi} \cdot \frac{1}{L^H L^H} = 0$, ou, en négligeant les deux premiers termes qui d'ailleurs se détruisent dans la supposition de $N = 2$ que nous employerons, & à cause que $\pi^H = -\pi^H$, $-\frac{1}{L^H} + \frac{1}{L^H L^H} = 0$, d'où l'on tire $L^H = 1$; & par conséquent $L^H = m$, puisque $m = L^H L^H$. On voit donc que L^H est plus grande que l'unité, & qu'ainsi toutes les conditions sont remplies. Enfin, l'équation générale pour l'anéantissement de la confusion occasionnée par l'ouverture des verres, est $\lambda + \frac{F^f}{H^f L^f} \left(\frac{\lambda^f}{H^f} + \frac{f}{L^f} \right) + \frac{F^H}{L^H L^H H^H F} \left(\frac{\lambda^H}{H^H} + \frac{f}{L^H} \right) - \frac{\lambda^H}{L^H L^H L^H m} = 0$. Pour voir ce qu'elle doit devenir, on observera que non-seulement $L^H L^H = N$, mais encore que $L^H H^H = N$, à cause que L^H étant $= \frac{N}{L^H}$, on a $H^H = \frac{L^H}{L^H + 1} = \frac{N}{N + L^H} = \frac{N}{L^H}$; que $F = f$, $F^f = -\frac{f}{1 + \omega}$, $F^H = \frac{N f}{1 + \omega}$, $F^H = -\frac{N H^H f}{L^H}$. Ainsi l'équation précédente deviendra $\lambda - \frac{\lambda^f}{1 + \omega} + \frac{\lambda^H}{N(1 + \omega)} - \frac{1}{N^2 H^H L^H} \left(\frac{\lambda^H}{H^H} + \frac{f}{L^H} \right) - \frac{\lambda^H}{N^2 L^H m} = 0$, ou $\lambda^f = (1 + \omega) \lambda + \frac{\lambda^H}{N^2} - \frac{\lambda^H}{N^2 H^H L^H m} - \frac{\lambda^H}{N^2 L^H m} - \frac{f}{N^2 H^H L^H m}$.

Pour trouver cette valeur de λ^f , on remarquera que les deux derniers verres demandant la plus grande ouverture possible, il faut les prendre également convexes des deux côtés; ainsi, pour le dernier de ces verres, il faudra prendre $\lambda^H = 1,6299$. Pour l'autre, on a $\sqrt{(\lambda^H - 1)} = \frac{f - \gamma}{2\phi} \cdot \frac{f^H - a^H}{f^H + a^H} = \frac{f - \gamma}{2\phi} (2H^H - 1)$, en substituant les valeurs de f^H & de a^H , & ensuite la valeur $\frac{H^H}{1 - H^H}$ de L^H ; on aura donc $\lambda^H = 1 + 0,6299 \cdot \left(\frac{2 - \gamma}{m + 1} \right)^2$.

en mettant à la place de H''' sa valeur $-\frac{2(m-1)}{m+1}$, & à la place de $(\frac{f-2}{2})^2$, sa valeur numérique 0,6199.

Ensuite on prendra $\lambda = 1$, & $\lambda'' = 1$; & pour ω , on pourra prendre $\omega = \frac{1}{m}$, parce que de cette manière les intervalles des premiers verres ne se trouvent pas trop petits, & qu'ainsi on ne doit éprouver aucune difficulté à les placer.

Mettons actuellement sous les yeux tous les élémens précédens dans lesquels on aura fait $n''' = 1$, $n'' = m$, $\omega = \frac{1}{m}$, & substitué la valeur $-\frac{2(m-1)}{m+1}$ de H''' , & pour L''' la sienne $-\frac{2(m-1)}{3m-1}$.

$a' = -\frac{mf}{m+1}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1+\omega} = N(1-\omega)f = N(1-\frac{1}{m})f$, $a''' = -\frac{Nf}{m}$, $f''' = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$, $a'' = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$, en sorte que $f''' = a''$, & que par conséquent l'image réelle se trouve au milieu de l'intervalle qui sépare les deux derniers verres.

Les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{mf}{m+1}$, $F'' = N(1-\frac{1}{m})f$, $F''' = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$, $F'' = a'' = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Les intervalles $f + a' = \frac{f}{m}$, $f' + a'' = \frac{f}{m}$, $f'' + a''' = N(f - \frac{2f}{m})$, $f''' + a'' = \frac{4N(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Et la distance de l'œil au dernier verre $\theta = \frac{N(m^2-1)}{3m-1} \cdot \frac{f}{m^2}$.

Donc la longueur de la lunette, en y comprenant la distance de l'œil au dernier verre, $= (2 + N(m-2) + N \cdot \frac{1}{3m-1} - N \cdot \frac{1}{m(3m-1)}) \cdot \frac{f}{m}$.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{1718'}{m+1}$.

Puisque $a = \infty$, & que $\lambda = 1$, les rayons des surfaces du premier verre $b = \frac{f}{f}$, $c = \frac{f}{f}$. Comme $f' = \infty$, & que $a' =$

— $\frac{mf}{m+1}$, les rayons des surfaces du second verre, $b' = -\frac{mf}{(m+1)(\gamma + \sqrt{\lambda^2 - 1})}$, $c' = -\frac{mf}{(m+1)(\delta + \sqrt{\lambda'^2 - 1})}$.
 A cause de $a'' = -\infty$, & de $\lambda'' = 1$, les rayons des faces du troisieme verre, $b'' = \frac{f''}{f} = \frac{N(1 - \frac{1}{m})f}{f}$, $c'' = \frac{f''}{\gamma} = \frac{N(1 - \frac{1}{m})f}{\gamma}$.

Le quatrieme verre devant être également convexe des deux côtés, on trouve en égalant les expressions des rayons de ses faces, que chacun d'eux est égal à $2(P - 1)F''$, F'' étant la distance focale de ce verre, dont on a la valeur. Le cinquieme verre devant aussi être également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces sera de même égal à $2(P - 1)F''$, F'' étant la distance focale de ce verre, dont on a aussi la valeur.

Quant au demi-diametre de l'ouverture des verres, on a pour le demi-diametre de celle du premier, $k = my = \frac{n}{\gamma_0}$, en prenant $y = \frac{r}{\gamma_0}$, ainsi qu'on l'a déjà fait. Le second & le troisieme verres auront la même ouverture. On prendra le demi-diametre de l'ouverture de chacun des deux autres égal au quart de leurs distances focales, ou bien encore, au quart des rayons de leurs surfaces.

130. Pour pouvoir passer aux applications, il ne s'agit plus que de savoir quelle valeur on pourra supposer à l'indéterminée N . Comme la longueur de la lunette en dépend, il semble qu'il y aurait bien de l'avantage à lui en assigner une petite. Mais il en résulterait un inconvénient très-considérable, c'est que les derniers verres, & particulièrement l'oculaire, seraient extrêmement petits; si l'on veut éviter cet inconvénient, il faut donc se garder de prendre N trop petite. Or on l'évite très-bien, sans rendre la lunette trop longue, en supposant $N = 2$. Nous supposons donc $N = 2$. On a maintenant tout ce qu'il faut pour le calcul de ces lunettes. Quoique ce calcul ne soit ni long ni pénible, on peut l'abrégé considérablement en cherchant

chant les dimensions d'une lunette qui grossit médiocrement, par exemple, 25 fois, ensuite celles d'une lunette dont le grossissement serait infini, & déduisant de la comparaison de ces deux cas, par une espèce d'interpolation, les dimensions générales d'une lunette dont le grossissement serait compris entre ces deux là.

131. Soit donc $m = 25$. On trouvera $\lambda'' = 1,48699$, & $H'' = -1,84615$, $L'' = -0,648658$. On a de plus $\lambda = 1$, $\lambda'' = 1$, $\lambda''' = 1,6299$. Substituant dans l'équation $\lambda' = (1 + \frac{1}{m})\lambda + \frac{\lambda''}{m^2} - \&c.$, on trouve $\lambda' = 1,20571$. Ainsi, on a $\epsilon \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,41051$, ϵ étant $= 0,90513$, dans le verre commun. Voici actuellement les dimensions des verres, de leurs ouvertures, de leurs intervalles, &c.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0,6145 f$, celui de la face postérieure $= 5,24164 f$. Le demi-diamètre de l'ouverture $= \frac{25}{50}$ de pouce ou $\frac{1}{2}$ pouce. La distance de ce verre au second $= 0,04 f$.

Le rayon de la face antérieure du second $= -1,599128 f$, & celui de la face postérieure $= -0,790155 f$. La distance de ce verre au troisième $= 0,04 f$.

Le rayon de la face antérieure du troisième verre $= 1,1798 f$, le rayon de la face postérieure $= 10,064 f$. La distance de ce verre au quatrième $= 2 f - \frac{4f}{25} = 1,84 f$.

Le rayon de chacune des surfaces du quatrième verre $= 4,06154 \cdot \frac{f}{m}$. Le demi-diamètre de son ouverture $= 1,01538 \cdot \frac{f}{m}$.

Sa distance au cinquième $= 2,5946 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces de ce cinquième verre $= 1,42703 \cdot \frac{f}{m}$. Le demi-diamètre de son ouverture $= 0,35676 \cdot \frac{f}{m}$.

La distance de l'œil à ce verre $= 0,6746 \cdot \frac{f}{m}$.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{1718'}{26} = 66'$.

132. Passons à la supposition de $m = \infty$. On aura $\frac{1}{m} = 0$,

N

$\lambda'' = 16,74$, $\lambda' = 1,125$, $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,319998$.
Et on aura les dimensions suivantes.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0,6145 f$,
celui de la face postérieure $= 5,24164 f$. Le demi-diamètre
de l'ouverture $= \frac{m}{50}$ pouce. La distance de ce verre au sui-
vant $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du second verre $= -1,957797 f$,
celui de la face postérieure $= -0,764874 f$. La distance
de ce verre au troisième $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du troisième verre $= 1,229 f$,
celui de la face postérieure $= 10,48328 f$. Sa distance au
quatrième verre $= 2 f - \frac{4f}{m}$.

Le rayon de chaque face du quatrième verre $= 4,4 \cdot \frac{f}{m}$. Sa dis-
tance au cinquième $= 2,66667 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chaque face du cinquième verre $= 1,466667 \cdot \frac{f}{m}$.
La distance de l'œil à ce verre $= \frac{2}{3} \cdot \frac{f}{m}$.

Pour savoir quelle valeur on pourra donner à f , on re-
marquera qu'on peut prendre le quart du rayon de la surface
antérieure $0,6145 f$ du premier verre, pour le demi-diamètre
de l'ouverture, en considérant les trois premiers verres comme
formant un objectif composé, dont le rayon de la surface an-
térieure du premier verre est le plus petit des rayons des sur-
faces de tous ces verres; ainsi, le quart de ce rayon étant
à peu-près $\frac{1}{20} f$, on n'aura qu'à l'égaliser à $k = \frac{m}{50}$, & on en
déduira $f = \frac{2}{15} m$.

133. Supposons actuellement un grossissement quelconque m .
Le rayon de la surface antérieure du premier verre est toujours
 $= 0,6145 f = 0,08193 m$ pouces, en mettant, à la place
de f , sa valeur $\frac{2m}{15}$; le rayon de la surface postérieure $=$
 $5,24164 f = 0,69888 m$ pouces. Le demi-diamètre de l'ou-

verture $= \frac{m}{10}$ pouces. La distance de ce verre au suivant $\frac{f}{m} = \frac{2}{11}$ de pouces.

Pour ce second verre, supposons que le rayon de la surface antérieure soit $= - (1,957797 + \frac{p}{m})f$, & le rayon de la surface postérieure $= - (0,764874 + \frac{p'}{m})f$; comme ces rayons seront ceux d'une lunette qui grossit 25 fois, si on suppose $m = 25$ dans ces deux valeurs, il est évident qu'il y aura alors égalité entre ces valeurs & les valeurs trouvées ci-dessus des rayons du même verre pour le cas de $m = 25$. Ainsi, on aura les deux égalités $1,957797 + \frac{p}{25} = 1,599128$, $0,764874 + \frac{p'}{25} = 0,790155$, au moyen desquelles on déterminera p & p' . On trouvera $p = -8,966725$, & $p' = 0,632025$. Ainsi le rayon de la surface antérieure du verre dont il s'agit, $= (-1,957797 + \frac{8,966725}{m})f = -0,2610396m + 1,195563$ pouces, en substituant la valeur de f , & le rayon de la surface postérieure $= (-0,764874 - \frac{0,632025}{m})f = -0,1019832m - 0,08427$ pouces. La distance de ce verre au troisième $= \frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouces.

Le rayon de la surface antérieure du troisième verre $= 1,229 (1 - \frac{1}{m})f = 0,163867m - 0,163867$ pouces; le rayon de la surface postérieure $= 10,48328 (1 - \frac{1}{m})f = 1,39777m - 1,39777$ pouces. La distance de ce verre au quatrième $= 2f - \frac{4f}{m} = \frac{4}{15}m - \frac{8}{15}$ pouces.

En se conduisant pour le quatrième verre comme on a fait pour le second, on trouvera que le rayon de chacune des faces de ce verre $= (4,4 - \frac{8,4617}{m})\frac{f}{m} = 0,58667 - \frac{1,1282}{m}$ pouces; & que la distance de ce verre au cinquième $= (2,66667 - \frac{1,80}{m})\frac{f}{m} = 0,35554 - \frac{0,24}{m}$ pouces.

Enfin, on trouve le rayon de chacune des faces du cinquième verre $= (1,46666 - \frac{0,9908}{m}) \frac{f}{m} = 0,195555 - \frac{0,1321}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= (0,6666 + \frac{0,1}{m}) \frac{f}{m} = 0,08888 + \frac{0,02666}{m}$ pouces.

La longueur entière de la lunette $= \frac{4}{15} m + 0,17776 - \frac{0,21334}{m}$ pouces. Ainsi, la longueur d'une lunette qui grossirait cent fois, n'est que de 26,84 de pouces. Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{1718'}{m+1}$ ou même $\frac{1718'}{m}$, à cause que les premiers verres contribuent un peu à son augmentation. Ainsi, dans le cas de $m = 100$, $\phi = 17' 10''$.

134. Comme la lunette reçoit beaucoup de rayons différens de ceux qui viennent de l'objet, & que ces rayons peuvent nuire à la vision, il faut, pour les intercepter, placer un diaphragme d'une grandeur convenable, à l'endroit où se forme l'image, c'est-à-dire, précisément au milieu de l'intervalle qui sépare les deux derniers verres. Le trou dont il doit être percé, doit être égal à la grandeur de cette image dont le demi-diamètre $= L' L'' L''' L'''' a \phi = L' L'' L''' f \phi$ (à cause de $f = La$) $= N L''' f \phi = -2 N \cdot \frac{m-1}{3m-1} \cdot f \phi$. Le demi-diamètre de ce trou doit donc être $= -2 N \cdot \frac{m-1}{3m-1} \cdot f \phi$.

135. Ces lunettes réunissent tant d'avantages, qu'on ne peut guère se flatter d'en pouvoir construire qui leur soient supérieures, qu'en employant différentes especes de verres. Car non-seulement elles ne donnent point de couleurs & elles sont exemptes de la confusion due à la sphéricité des verres, mais elles ont encore un champ double de celui des lunettes simples & elles sont très-courtes. Ce qui mérite encore d'être remarqué, c'est que dans l'exécution on peut varier un peu les intervalles entre les trois premiers verres, avantage très-considérable; car si par quelque légère erreur commise dans l'exécution, ces verres ne peuvent être placés exactement à la distance, l'un de l'autre, qui a été assignée, il peut arriver qu'en changeant un

peu cette distance, ils produisent un très-bon effet. Il sera toujours bon cependant de construire le verre concave plusieurs fois en suivant les mêmes mesures, parce que comme il se rencontre toujours quelque différence, on pourra choisir celui qui paraîtra le meilleur.

136. Comme il est possible qu'on trouve l'oculaire trop petit, on n'aura qu'à augmenter la mesure dans laquelle les dimensions de la lunette sont exprimées; on pourra, par exemple, prendre un pouce & demi, au lieu d'un pouce. En augmentant ainsi la mesure, l'oculaire acquerra des dimensions plus fortes, & deviendra par conséquent plus facile à construire. On gagnera aussi du côté de la clarté.

137. Ajoutons maintenant un sixième verre à ces lunettes, afin d'augmenter le champ apparent. Elles y gagneront encore, en ce que les derniers verres auront plus de foyer.

Puisqu'on a six verres, $m = \frac{f}{a'} \frac{f'}{a''} \frac{f''}{a'''} \frac{f'''}{a^{iv}} \frac{f^{iv}}{a^v}$. Les trois premières fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ & la cinquième $\frac{f^{iv}}{a^v}$ sont négatives; la quatrième $\frac{f'''}{a^{iv}}$ est positive, puisqu'il n'y a qu'une image réelle, & qu'elle tombe entre le quatrième & le cinquième verre. Pour les deux premières on a déjà $\frac{f}{a'} = -1 - \omega$, & $\frac{f'}{a''} = -1$. Pour les dernières, soient $\frac{f'''}{a^{iv}} = -n^n$, $\frac{f^{iv}}{a^v} = -n^v$. Et alors $m = (1 + \omega) n^n n^v n^{iv}$.

On aura les élémens suivans : $a' = -\frac{f}{1 + \omega}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1 + \omega}$, $a''' = -\frac{Nf}{n^n}$, $f''' = -\frac{N L^m f}{n^n}$, $a^{iv} = -\frac{N L^v f}{n^v}$, $f^{iv} = -\frac{N L^m L^v f}{n^n n^v}$, $a^v = -\frac{f^{iv}}{n^v} = -\frac{N L^m L^v f}{n^n n^v}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -1(1 - \omega)f$, $F'' = \frac{Nf}{1 + \omega}$, $F''' = -\frac{N H^m f}{n^n}$, $F^{iv} = -\frac{N L^v H^v f}{n^v}$, $F^v = a^v$.

Les intervalles $f + a' = \omega f$, $f' + a'' = \infty f$, $f'' + a''' = Nf \cdot \frac{n^n - 1}{n^n}$, $f''' + a^{iv} = -\frac{N L^m f}{n^n} \cdot \frac{n^v + 1}{n^v}$, $f^{iv} + a^v = \frac{N L^m L^v f}{n^n n^v} \cdot \frac{1 - n^v}{n^v}$. Les valeurs de ces intervalles devant être po-

sitives, il faut que n'' soit plus grand que l'unité, que L'' soit négatif, & que L'' ($n'' - 1$) soit une quantité positive.

Il faut actuellement déterminer les lettres π , π' , π'' , &c.

Pour les deux premières, on a déjà $\frac{\pi}{\phi} = -\omega$, & $\frac{\pi'}{\phi} = -\frac{2\omega}{N}$.

Les autres se déterminent au moyen des formules $\frac{H''\pi'' - \pi' + \pi - \phi}{\phi}$

$$= \frac{L' L'' H'' F}{F''} = \frac{N f}{L'' \pi''} = -n'', \quad \frac{H'' \pi'' - \pi' + \pi - \phi}{\phi} =$$

$$\frac{L' L'' L'' H'' F}{F''} = \frac{N L'' f}{L'' \pi''} = -n'' n'', \quad \& \quad \phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi'''}{m+1},$$

desquelles on tirera, en négligeant $\frac{\pi}{\phi}$ & $\frac{\pi'}{\phi}$ comme extrêmement petits, $\frac{\pi''}{\phi} = \frac{1 - n''}{H'' m}$, $\frac{\pi'''}{\phi} = \frac{\pi''}{H'' \phi} - \frac{1 + L'' L''}{H''} \pi''$, & $\frac{\pi'''}{\phi} = \frac{\pi''}{\phi} - \frac{\pi''}{\phi} + m + 1$.

Le demi-diamètre du champ apparent ϕ , sera le plus grand possible, si l'on prend $\pi'' = \frac{1}{2}$, $-\pi''' = \frac{1}{2}$, $\pi'' = \frac{1}{2}$; il deviendra alors $\phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1}$. Substituant cette valeur de ϕ dans

l'expression du lieu de l'œil $\theta = \frac{\pi'' F''}{m \phi}$, on aura $\theta = \frac{m+1}{2} \cdot \frac{N L'' L'' f}{n'' n'' \pi'' m}$.

Pour que cette distance soit positive, il faut que L'' soit négative, puisque L'' doit l'être; d'où il suit que n'' doit être plus petite que l'unité. Substituant aussi la valeur de ϕ dans les deux

équations $\frac{\pi''}{\phi} = \frac{1 - n''}{H'' m}$, $\frac{\pi'''}{\phi} = \frac{\pi''}{H'' \phi} - \frac{1 + n'' L''}{H''}$, on en déduira

$H'' = -\frac{3(n'' - 1)}{m+1}$ & $H'' = \frac{3n'' n'' - m + 1}{m+1}$, & par conséquent

$L'' = -\frac{3(n'' - 1)}{3n'' + m - 1}$ & $L'' = \frac{3n'' n'' - m + 1}{2m - 3n'' n'' - 1}$; en sorte que

non-seulement L'' est négative, ainsi que cela doit être, mais encore L'' , à cause que $m < n'' n''$, ce qui est évident, puisqu'on a $m = n'' n'' n''$, & que $n'' < 1$.

L'équation pour la destruction des couleurs est, en omettant les deux premiers termes qui sont extrêmement petits,

$\frac{\pi''}{\phi} \cdot \frac{L'' L'' F}{L''} + \frac{\pi'''}{\phi} \cdot \frac{L'' L'' F}{L''} + \frac{\pi'''}{\phi} \cdot \frac{F''}{L'' L'' L'' F} = 0$; elle devient,

à cause de $\pi'' = -\pi''' = \pi''$, & de $L' L'' = N$, $\frac{L''}{N F} -$

$\frac{L''}{N L'' F} + \frac{F''}{N L'' L'' F} = 0$; & parce que $F = f$, $\frac{L''}{N f} = -\frac{1}{L''}$,

$\frac{a^{1''}}{N L^{1''} f} = - \frac{1}{n'' n'''} , \frac{a''}{N L^{1''} L^{1''} F} = \frac{1}{n'' n'''} ,$ elle se change dans la suivante, $-1 + \frac{1}{n''} + \frac{1}{n'' n'''} = 0$, d'où l'on tire $n''' = \frac{n'' + 1}{n''}$ où n'' doit être < 1 . Puis donc que $n'' n''' = 1 + n''$, on aura $m = (1 + n'') n''$, & par conséquent $n'' = \frac{m}{1 + n''}$.

Enfin, l'équation pour l'anéantissement de la confusion due à l'ouverture des verres, est $\lambda - \frac{\lambda'}{1 + \omega} + \frac{\lambda''}{N(1 + \omega)} + \frac{F^{1''}}{L^{1''} L^{1''} H^{1''} F} \left(\frac{\lambda^{1''}}{H^{1''}} + \frac{1}{L^{1''}} \right) + \frac{F^{1''}}{L^{1''} L^{1''} L^{1''} H^{1''} F} \left(\frac{\lambda^{1''}}{H^{1''}} + \frac{1}{L^{1''}} \right) + \frac{\lambda''}{L^{1''} L^{1''} L^{1''} L^{1''} m} = 0$, ou, à cause que $L' L'' = N$, $\frac{F^{1''}}{F} = - \frac{N H^{1''}}{n''}$, $\frac{F^{1''}}{F} = - \frac{N L^{1''} H^{1''}}{n'' n'''} , \lambda - \frac{\lambda'}{1 + \omega} + \frac{\lambda''}{N(1 + \omega)} - \frac{1}{N^2 H^{1''} n''} \left(\frac{\lambda^{1''}}{H^{1''}} + \frac{1}{L^{1''}} \right) - \frac{1}{N^2 L^{1''} H^{1''} n'' n'''} \left(\frac{\lambda^{1''}}{H^{1''}} + \frac{1}{L^{1''}} \right) + \frac{\lambda''}{N^2 L^{1''} L^{1''} m} = 0$, équation qui donnera la valeur de λ' .

Entre les diverses suppositions qu'on peut faire pour l'indéterminée n'' , celle de $n'' = \frac{1}{2}$ nous a paru une des plus favorables. Alors on aura $n''' = \frac{7}{3}$, $n'' = \frac{4m}{7}$, & par conséquent $n'' n''' = \frac{4m}{3}$. On aura donc $H^{1''} = - \frac{3(4m-7)}{7(m+1)}$, $L^{1''} = - \frac{3(4m-7)}{19m-14}$, $H^{1''} = \frac{3m+2}{m+1}$, $L^{1''} = - \frac{3m+2}{2m+1}$. Ainsi, en supposant toujours $\omega = \frac{1}{m}$, on aura les élémens suivans : $a' = - \frac{mf}{m+1}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = N(1 - \frac{1}{m})f$, $a''' = - \frac{7Nf}{4m}$, $f''' = \frac{21N(4m-7)f}{4m(19m-14)}$, $a^{1''} = \frac{9N(4m-7)f}{4m(19m-14)}$, $f^{1''} = - \frac{9N(4m-7)(3m+2)f}{4m(19m-14)(2m+1)}$, $a'' = \frac{3N(4m-7)(3m+2)f}{m(19m-14)(2m+1)}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -1(1 - \frac{1}{m})f$, $F'' = N(1 - \frac{1}{m})f$, $F''' = \frac{3N(4m-7)f}{4m(m+1)}$, $F^{1''} = \frac{9N(4m-7)(3m+2)f}{4m(19m-14)(m+1)}$, $F^{1''} = \frac{3N(4m-7)(3m+2)f}{m(19m-14)(2m+1)}$.

$= 0,4061$, $\gamma + \epsilon \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,59688$, $\delta - \epsilon \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,2213$. Les dimensions des verres, celles de leurs ouvertures, &c., seront donc :

Le rayon de la surface antérieure du premier verre $= 0,6145 f$; celui de la surface postérieure $= 5,24164 f$. Le demi-diamètre de l'ouverture $= \frac{25}{50}$ de pouce ou $\frac{1}{2}$ pouce. La distance de ce verre au second $= 0,04 f$.

Le rayon de la surface antérieure du second verre $= -1,61094 f$; celui de la surface postérieure $= -0,787289 f$. La distance de ce verre au troisième $= 0,04 f$.

Le rayon de la surface antérieure du troisième verre $= 1,1798 f$; celui de la surface postérieure $= 10,06394 f$. La distance de ce verre au quatrième $= 1,78 f$.

Le rayon de chacune des faces du quatrième verre $= 5,90192 \frac{f}{m}$. Le demi-diamètre de son ouverture $= 1,47548 \frac{f}{m}$. Sa distance au cinquième $= 3,026 \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces du cinquième verre $= 2,957374 \frac{f}{m}$. Le demi-diamètre de son ouverture $= 0,739343 \frac{f}{m}$.

Sa distance au sixième verre $= 0,45687 \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces du sixième verre $= 2,010236 \frac{f}{m}$.

Le demi-diamètre de l'ouverture $= 0,502559 \frac{f}{m}$.

La distance de l'œil à ce verre $= 0,633528 \frac{f}{m}$.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{2578'}{26} = 99'$.

139. Soit $m = \infty$; on aura $\frac{1}{m} = 0$, $\lambda'' = 1 + 0,6299 \cdot \frac{31^2}{7^2} = 13,35375$, $\lambda'' = 1 + 0,6299 \cdot 25^2 = 16 \cdot 74$, & $\lambda' = 1,125$. On aura donc les dimensions suivantes.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0,6145 f$; celui de la face postérieure $= 5,24164 f$. Le demi-diamètre de l'ouverture $= \frac{25}{50}$ pouces. La distance de ce verre au second

$= \frac{f}{m}$.

O

Le rayon de la face antérieure du second verre = $-1,957797f$;
celui de la face postérieure = $-0,764874f$. La distance de
ce verre au troisième = $\frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du troisième verre = $1,229f$;
celui de la face postérieure = $10,48328f$. Sa distance au qua-
trième = $2f - \frac{11}{2m}f$.

Le rayon de chacune des surfaces du quatrième verre =
 $6,6 \cdot \frac{f}{m}$. La distance de ce verre au cinquième = $3,15789 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des surfaces du cinquième verre =
 $3,12631 \cdot \frac{f}{m}$. La distance de ce verre au sixième = $0,47368 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chaque surface du sixième verre = $2,08421 \cdot \frac{f}{m}$.

La distance de l'œil à ce verre = $0,631579 \cdot \frac{f}{m}$.

140. Supposons actuellement une amplification quelconque m .
Le rayon de la surface antérieure du premier verre = $0,6145f$
= $0,08193m$ pouces, en mettant, à la place de f , sa valeur $\frac{2m}{15}$.

Le rayon de la surface postérieure = $5,24164f = 0,69888m$ pouc.
Le demi-diamètre de l'ouverture = $\frac{m}{50}$ pouces. La distance de

ce verre au suivant = $\frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouce.

Le rayon de la surface antérieure du second verre =
 $(-1,957797 + \frac{8,6714}{m})f = -0,2610396m + 1,15619$ pouces;
le rayon de la surface postérieure = $(-0,764874 - \frac{0,56}{m})f$
= $-0,1019832m - 0,0747$ pouces. La distance de ce verre
au troisième = $\frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouce.

Le rayon de la surface antérieure du troisième verre =
 $1,229(1 - \frac{1}{m})f = 0,163867m - 0,163867$ pouces; le rayon
de la surface postérieure = $10,48328(1 - \frac{1}{m})f = 1,39777m$
 $- 1,39777$ pouces. La distance de ce verre au quatrième =
 $2f - \frac{11f}{2m} = \frac{4}{15}m - \frac{11}{15}$ de pouce.

Le rayon de chaque face du quatrième verre $= (6,6 - \frac{14.45425}{m}) \cdot \frac{f}{m} = 0,88 - \frac{1.92723}{m}$ pouces. La distance de ce verre au cinquième $= (3,15789 - \frac{3.29725}{m}) \cdot \frac{f}{m} = 0,421052 - \frac{0.41963}{m}$ pouces.

Le rayon de chacune des faces du cinquième verre $= (3,12631 - \frac{4.2235}{m}) \cdot \frac{f}{m} = 0,41684 - \frac{0.56313}{m}$ pouces. La distance de ce verre au sixième $= (0,47368 - \frac{0.41025}{m}) \cdot \frac{f}{m} = 0,063157 - \frac{0.05603}{m}$ pouces.

Le rayon de chacune des faces du sixième verre $= (2,08421 - \frac{1.84925}{m}) \cdot \frac{f}{m} = 0,27789 - \frac{0.24657}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= (0,631579 + \frac{0.048725}{m}) \cdot \frac{f}{m} = 0,08421 + \frac{0.006497}{m}$ pouces.

La longueur totale de la lunette $= \frac{4}{15} m + 0,101753 - \frac{0.48916}{m}$ pouces.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{2578'}{m}$.

141. Le demi-diamètre du diaphragme $= NL^m f \phi = - \frac{2N(4m-7)}{19m-14} f \phi$. Et le diaphragme doit se placer entre le 4^{me}. & le cinquième verre, à une distance du quatrième, égale aux $\frac{21}{30}$ de l'intervalle qui sépare ces deux verres. Comme l'oculaire est d'une grandeur raisonnable, rien n'oblige d'augmenter la mesure dans laquelle les dimensions de la lunette sont exprimées, ce qui ne peut se faire sans que la longueur de la lunette augmente.

142. Jusqu'à présent on a négligé l'autre partie de la confusion due à la diverse réfrangibilité de la lumière, parce qu'on ne peut la détruire qu'en employant des verres d'espèce différente, & que d'ailleurs son effet doit être peu sensible. Comme c'est cependant procurer aux lunettes un degré de perfection de plus, que de les délivrer de cette espèce de confusion, nous ne pouvons nous dispenser de faire voir comment on y

parvient, en employant les deux especes de verre qu'on connaît sous les noms de *flintglass* & de *crownglass*. Nous supposerons d'abord la lunette composée d'un objectif simple de *crownglass*, comme les autres verres; ensuite nous ferons voir comment, en substituant à l'objectif simple, un des objectifs composés, décrits dans le dernier Chapitre de la premiere Partie, on délivre les lunettes de toute espece de confusion.

143. Supposons d'abord que la lunette ne soit composée que de trois verres. Alors $m = -\frac{ff'}{a'u}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{u} = -n'$; comme il y a une image réelle, quelqu'une des lettres n & n' doit être négative. On aura $m = -nn'$.

On aura donc les élémens suivans, $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L'f}{nn'}$.

Les distances focales $F = f'$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = a''$, parce que f'' étant $= \infty$, $L'' = \frac{f''}{u} = \infty$, & par conséquent $H'' = 1$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{n})f$, $f' + a'' = -L'(\frac{1}{n} + \frac{1}{m})f$, lesquels doivent être positifs.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$. Pour le rendre le plus grand possible, supposons $\pi = \Psi$ & $\pi' = -\Psi$, Ψ représentant la plus grande valeur dont les lettres π sont susceptibles. On aura $\phi = \frac{2\Psi}{m+1} = G\Psi$, en faisant $\frac{2}{m+1} = G$. Si donc l'on prend $\Psi = \frac{1}{4}$, on aura en minutes, $\phi = \frac{1718}{m+1}$.

L'équation pour la destruction des couleurs, est $\pi'a' + \frac{\pi''a''}{L'} = 0$, ou $\frac{1}{n} + \frac{1}{nn'} = 0$, d'où l'on tire $n' = -1$, & $n = m$.

Les distances focales donnent $\frac{H'\pi - \pi}{\phi} = \frac{H'F}{F'} = -n$, & $\frac{H''\pi' - \pi + \phi}{\phi} = \frac{L'H''F}{F''} = nn'$. La seconde donne, à cause de $H'' = 1$, $G = \frac{2}{m+1}$, ainsi qu'on l'a déjà. La premiere donne

$H' = (1 - n) G = -\frac{2(m-1)}{m+1}$, d'où l'on a $L' = -\frac{2(m-1)}{3m-1}$.

Les distances focales seront donc $F = f$, $F' = \frac{2(m-1)f}{m(m+1)}$,
 $F'' = \frac{2(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{m})f$, $f' + a'' = \frac{4(m-1)f}{m(3m-1)}$.

La distance de l'œil au dernier verre = $\frac{m+1}{2m} F''$.

Le demi-diamètre de la confusion due à la sphéricité des verres, est proportionnel à $\lambda + \frac{F'}{H'F} (\frac{\lambda'}{H'} + \frac{F''}{L'H'}) + \frac{F''\lambda''}{L'F}$,
 ou à $\lambda - \frac{1}{n} (\frac{\lambda'}{H'} + \frac{F''}{L'H'}) - \frac{\lambda''}{L'm}$, à cause que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, & que $\frac{F''}{F} = -\frac{L'}{m}$.

Faisant les deux derniers verres également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture possible, on aura, pour déterminer λ' & λ'' , les équations
 $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\epsilon} (H' - \frac{1}{2})$, & $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\epsilon}$.

Il s'agit présentement de substituer à l'objectif simple, un objectif composé, par exemple, le premier des deux objectifs à trois verres du cinquième Chapitre de la première Partie. L'objectif que nous avons supposé étant simple, on peut le prendre pour celui qu'on imagine produire le même effet que l'objectif composé dont on a trouvé, à l'endroit cité, que l'ouverture était égale à celle de l'objectif composé, & la distance focale $F = 1,02312 R$, ou $F = 0,25578 m$, à cause que la distance focale R de l'objectif composé = $\frac{1}{2} m$. On a vu au même endroit, que Δ représentant la confusion due aux autres verres de la lunette, on a $\lambda_1 = 2,5022 - 0,08257 \Delta$, ce qui détermine la forme du premier verre de l'objectif. Il ne s'agit donc plus que de calculer la quantité Δ , ou $-\frac{1}{n} (\frac{\lambda'}{H'} + \frac{F''}{L'H'}) - \frac{\lambda''}{L'm}$ qu'elle représente.

144. Comme on ne peut déterminer pour tous les cas la valeur de λ_1 , considérons un cas particulier. Supposons qu'on

demande les dimensions d'une lunette qui grossisse 50 fois. Puisque $m = 50$, on aura $H' = -\frac{98}{51}$, & $L' = -\frac{98}{149}$; on trouvera $\lambda' = 15,01455$, & $\lambda'' = 1,6024$, & la quantité $\Delta = 0,15135$. On aura donc, pour déterminer le premier verre de l'objectif, $\lambda_1 = 2,5022 - 0,08257 \cdot 0,15135 = 2,4897$, & par conséquent, $\sqrt{(\lambda_1 - 1)} = 1,22053$. D'où l'on voit que la confusion due aux oculaires, introduit peu de changement dans la valeur de λ_1 , & par conséquent dans les dimensions du premier verre de l'objectif; en sorte qu'on peut supposer $\lambda_1 = 2,5022$, & par conséquent prendre le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif $= 0,84662 R$, & le rayon de la surface postérieure $= 0,32745 R$.

145. Au reste, si l'on voulait corriger la confusion due aux deux derniers verres, quoique très-petite, il est évident qu'on n'aurait qu'à substituer la valeur 1,22053 de $\sqrt{(\lambda_1 - 1)}$, qu'on vient de trouver, dans les expressions

$\frac{0,48154 R}{0,24472 - \sqrt{(\lambda_1 - 1)}}$ des rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, & l'on trouveroit que le rayon de la surface antérieure $= 0,839078 R = 10,48847$, & que le rayon de la surface postérieure $= 0,328594 R = 4,10742$.

146. Ces déterminations peuvent servir à assigner la valeur que doivent avoir les rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, quel que soit le grossissement, pour que la confusion due à la sphéricité des deux derniers verres de la lunette, soit corrigée, en sorte qu'on soit dispensé de calculer λ_1 pour chaque cas particulier.

Supposons que, $0,84662 R = 0,21165 m$, & $0,32745 R = 0,08186 m$ étant les valeurs des rayons des faces du premier verre de l'objectif, lorsque la confusion dont il s'agit n'est pas corrigée, g & h soient les corrections qu'il faut leur appliquer pour qu'elle le soit, en sorte que le rayon de la surface antérieure de ce verre soit en effet $= 0,21165 m + g$, & celui de la surface postérieure soit $= 0,08186 m + h$; on n'aura qu'à faire $0,21165 m + g = 10,48847$, & $0,08186 m + h = 4,10742$, en mettant 50 à la place de m ; on trouvera $g =$

— 0,094, & $h = 0,0144$. D'où l'on voit qu'on peut négliger, si l'on veut, les corrections qu'il faudrait appliquer aux rayons 0,21165 m & 0,08186 m des faces du premier verre de l'objectif, pour détruire la confusion due à la sphéricité des deux derniers verres de la lunette.

147. Voici maintenant les dimensions générales de la lunette, quel que soit le grossissement m , en employant l'objectif à trois verres dont il s'agit, dont la distance focale $= \frac{1}{4} m$, & le demi-diamètre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$.

La distance focale du premier verre de l'objectif $= 0,4455 R = 0,11137 m$.

Le rayon de la surface antérieure de ce verre $= 0,21165 m - 0,094$.

Le rayon de la surface postérieure $= 0,08186 m + 0,0144$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif $= 0,02265 R = 0,00566 m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flintglais & également concave des deux côtés $= -0,27184 R = -0,06796 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,31532 R = -0,07883 m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisième verre de l'objectif $= 0,00566 m$.

La distance focale du troisième verre de l'objectif $= 0,4394 R = 0,10985 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,46576 R = 0,11644 m$.

Soit le nombre 0,25578 $= Q$, en sorte que $f = Qm$.

La distance de l'objectif au premier des deux autres verres $= R + a' = \frac{1}{4} m - Q = \frac{1}{4} m - 0,25578$.

La distance focale de ce premier verre $= \frac{2Q(m-1)}{m+1} =$, à

peu près, $2Q - \frac{4Q}{m} = 0,51156 - \frac{1,02312}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1,06 (0,51156 - \frac{1,02312}{m})$

$= 0,54225 - \frac{1,0845}{m}$.

L'intervalle entre ce verre & le dernier $= \frac{4Q(m-1)}{3^{m-1}} =$;
à peu de chose près, $\frac{4}{3} Q - \frac{8Q}{9^m} = 0,34104 - \frac{0,22736}{m}$.

La distance focale du dernier verre $= \frac{2Q(m-1)}{3^{m-1}} =$, à peu
près, $\frac{2}{3} Q - \frac{4Q}{9^m} = 0,17052 - \frac{0,11368}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1,06 (0,17052 - \frac{0,11368}{m}) = 0,18075 - \frac{0,1105}{m}$.

On donnera à chacun de ces deux verres, une ouverture égale à la moitié de sa distance focale.

La distance de l'œil au dernier verre $= \frac{1}{3} Q + \frac{Q}{9^m} =$
 $0,08526 + \frac{0,01842}{m}$.

Le demi-diamètre du champ apparent $= \frac{1718'}{m+1}$.

La longueur de la lunette $= 0,01132 m + \frac{1}{4} m + \frac{1}{3} Q - \frac{7Q}{9^m} = 0,26132 m + 0,17052 - \frac{0,19894}{m}$.

148. On observera que l'exécution de ces lunettes exige d'autant plus de précision qu'elles grossissent d'avantage. On ne peut même se dissimuler que dans les grands grossissemens, comme de deux ou trois cens fois, il ne soit assez difficile de réussir. Le premier verre de l'objectif sur-tout, exige la plus grande précision, & encore, pour être sûr du succès, convient-il d'en construire plusieurs, non-seulement dans le même bassin, mais même dans des bassins tant soit peu différens, afin de choisir celui qui fera le meilleur effet. On pourra encore prendre la précaution de renfermer les trois verres qui composent l'objectif, dans une boîte, telle que, par le moyen de quelques vis, on puisse varier les distances entre les trois verres. On fera alors l'essai de l'objectif, dans une chambre noire, en faisant varier ces distances, jusqu'à ce que l'image qu'il donne, soit parfaitement distincte. On fixera le premier verre qui suit l'objectif à un quart de pouce du point de cette image situé dans l'axe de l'objectif, c'est-à-dire, de l'endroit où cette image paraîtra la plus distincte. Quant au dernier
verre

verre ou à l'oculaire, il faut qu'il reste mobile, afin que la lunette puisse servir pour toute espèce de vue.

149. On peut au reste augmenter la mesure dans laquelle sont exprimées les dimensions de la lunette. Si on va jusqu'à les doubler, les imperfections seront réduites à environ la huitième partie. On pourra conserver l'ouverture de l'objectif, moyennant quoi la grandeur des trois verres qui le composent demeurant la même, la difficulté de leur exécution sera moindre. Le champ apparent dépendant uniquement de l'ouverture des deux derniers verres, cette augmentation des mesures n'y changera rien. Enfin l'oculaire, qui est fort petit, acquerra des dimensions plus fortes, & deviendra par conséquent plus facile à construire.

150. Afin de rendre le champ plus considérable, ajoutons à la lunette un nouveau verre, c'est-à-dire, supposons-la composée de quatre verres, l'objectif étant d'abord un verre simple, comme les trois autres.

Puisqu'alors on a quatre verres, $m = \frac{ff'f''}{a'a''a'''}.$ Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; comme il y a une image réelle, quelqu'une des lettres n , n' , n'' doit être négative.

On aura donc les élémens suivans : $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L'f}{n'n'}$, $f'' = L''a'' = \frac{L'L''f}{n'n'}$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = -\frac{L'L''f}{n'n'n''}$, $f''' = \infty$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = \frac{L'H''f}{n'n'}$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{n})f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}(1 - \frac{1}{n'})$, $f'' + a''' = \frac{L'L''f}{n'n'}(1 - \frac{1}{n''})$, lesquels doivent être positifs.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{\pi - \alpha' + \alpha''}{m+1}$. Continuons de représenter par Ψ la plus grande valeur dont les lettres π sont susceptibles, & pour obtenir le plus de champ pos-

sible, soient $\pi = \Psi$, $\pi' = -\Psi$, $\pi'' = \Psi$; on aura $\phi = \frac{3\Psi}{m+1}$, ou $\phi = G\Psi$, en faisant $\frac{3}{m+1} = G$. Si donc l'on prend $\Psi = \frac{1}{4}$, on aura en minutes, $\phi = \frac{3 \cdot 3437'}{4(m+1)} = \frac{2578'}{m+1}$.

Les distances focales donnent $\frac{H'\pi - \theta}{\theta} = \frac{H'F}{f} = \frac{f}{\theta} = -n$, $\frac{H''\pi' - \pi + \theta}{\theta} = \frac{L'F''}{F''} = \frac{L'f}{n''} = n n'$, $\frac{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \theta}{\theta} = \frac{L''F'''}{F'''} = \frac{L''f''}{n''} = -n n' n''$. De la première de ces équations on tire $H' = (1-n)G$; de la seconde, $H'' = (1-nn')G - 1$; & de la troisième, $H''' = 1 = (1+m)G - 2$.

L'objectif & les trois autres verres étant supposés de la même espèce, l'équation pour l'anéantissement des couleurs, est $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} + \frac{\pi'' a'''}{L'' L'''} = 0$, ou $\frac{\pi}{n} - \frac{\pi'}{n n'} + \frac{\pi''}{n n' n''} = 0$, ou $1 + \frac{1}{n'} + \frac{1}{n' n''} = 0$. Comme une des lettres n , n' , n'' doit être négative, soit $n' = -p$; on aura $1 - \frac{1}{p} - \frac{1}{p n''} = 0$, d'où l'on tire $n'' = \frac{1}{p-1}$, & par conséquent, à cause que $n n' n'' = -m$, $n = \frac{m(p-1)}{p}$. Pour que n'' soit positif, ainsi que n , il faut que p soit plus grand que l'unité.

On aura donc $H' = \frac{3p-3m(p-1)}{p(m+1)}$, & $H'' = \frac{2+m(3p-4)}{m+1}$, & par conséquent $L' = \frac{3p-3m(p-1)}{m(4p-3)-2p}$, $L'' = \frac{2+m(3p-4)}{m(5-3p)-1}$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{p}{m(p-1)})f$, $f' + a'' = -\frac{L' p f}{m(p-1)} (1 + \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = -\frac{L' L'' f}{m(p-1)} (2-p)$.

Le premier est certainement positif, puisque p est plus grand que l'unité. Le second le sera aussi, si L' est négatif, ce qui exige que p soit plus grand que $\frac{4}{3}$. Puisque L' est négatif, il faut, pour que le troisième intervalle soit positif, que $L''(2-p)$ soit positif; d'où l'on voit que si p est plus petit que 2, L'' doit être positif, & qu'au contraire si p est plus grand que 2, L'' doit être négatif, ce qui arrive en effet. Mais la distance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{L' L'' f}{m G}$ devant être positive, fait con-

naître que L'' doit être négatif, puisque L' l'est, en sorte que la supposition de p plus petit que 2 doit être rejetée; p devant donc être plus grand que 2, sans cependant le surpasser de beaucoup, on pourra supposer $p = \frac{5}{2}$.

$$\text{Ainsi on aura } n = \frac{3m}{5}, n' = -\frac{5}{2}, n'' = \frac{2}{3}; L' = \frac{3(5-3m)}{2(7m-5)},$$

$$H' = \frac{3(5-3m)}{5(m+1)}, L'' = -\frac{7m+4}{5m+2}, H'' = \frac{7m+4}{2(m+1)}.$$

$$\text{Ensuite } a' = -\frac{5f}{3m}, f' = \frac{3(3m-5)f}{2m(7m-5)}, a'' = \frac{(3m-5)f}{m(7m-5)},$$

$$f'' = -\frac{(3m-5)(7m+4)f}{m(7m-5)(5m+2)}, a''' = \frac{3(3m-5)(7m+4)f}{2m(7m-5)(5m+2)}.$$

$$\text{Les intervalles des verres } f + a' = (1 - \frac{5}{3m})f, f' +$$

$$a'' = \frac{3(3m-5)f}{2m(7m-5)}, f'' + a''' = \frac{(3m-5)(7m+4)f}{2m(7m-5)(5m+2)}.$$

$$\text{Les distances focales } F' = \frac{(3m-5)f}{m(m+1)}, F'' = \frac{(3m-5)(7m+4)f}{2m(m+1)(7m-5)},$$

$$F''' = a''''.$$

Le demi-diamètre de la confusion dûe à la sphéricité des verres, est proportionnel à $\lambda + \frac{F'}{H'F} (\frac{\lambda'}{H'} + \frac{F'}{H'L'}) + \frac{F''}{L'H''F} (\frac{\lambda''}{H''} + \frac{F''}{L''H''}) + \frac{F'''}{L'H''F} (\frac{\lambda'''}{H'''} + \frac{F'''}{L'''H'''})$, ou, à cause que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, $\frac{F''}{L'H''F} = \frac{1}{n'n'}$, $\frac{F'''}{L'H''F} = -\frac{1}{n'n'n''} = \frac{1}{m}$, à $\lambda - \frac{1}{n} (\frac{\lambda'}{H'} + \frac{F'}{L'H'}) + \frac{1}{L'H''F} (\frac{\lambda''}{H''} + \frac{F''}{L''H''}) + \frac{\lambda'''}{L'H''F}.$

Faisant les trois derniers verres également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture possible, on aura, pour déterminer les nombres λ' , λ'' , λ''' , les équations $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\epsilon} (H' - \frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\epsilon} (H'' - \frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\epsilon}.$

Substituons maintenant l'objectif à trois verres, que nous avons employé ci-dessus, à la place de l'objectif simple que nous considérons pour le moment comme produisant le même effet. On a vu (93) que l'ouverture de cet objectif simple est égale à celle de l'objectif composé, & que sa distance focale $F = 1,02312 R = 0,25578 m$. Représentant toujours par Δ la confusion dûe aux autres verres, on a $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \Delta$,

ce qui détermine le premier verre de l'objectif composé. Il s'agit donc de calculer la quantité Δ , c'est-à-dire, la quantité $-\frac{1}{n} \left(\frac{\lambda'}{H''} + \frac{\lambda''}{L'H'} \right) + \&c.$, qu'elle représente.

151. Comme on ne peut déterminer d'une manière générale la valeur de λ , considérons un cas particulier. Supposons qu'on demande les dimensions d'une lunette qui grossisse 50 fois, en sorte que $m = 50$. On trouve $n = 30$, $nn' = -75$, $H'' = -\frac{29}{17}$, $L' = -\frac{29}{46}$, $H'' = \frac{59}{17}$, $L'' = -\frac{59}{42}$. Ainsi on trouvera $\lambda' = 1,26829$, $\lambda'' = 22,187$, $\lambda''' = 1,60024$, & la quantité $\Delta = 0,15023$. On aura donc $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \cdot 0,15023 = 2,4898$, & par conséquent $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1,22057$. Introduisant cette valeur dans les expressions $\frac{0,48154 R}{1,79441 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, & $\frac{0,48154 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$ des rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, on trouvera que le rayon de la surface antérieure $= 0,83914 R = 10,48925$, & que le rayon de la surface postérieure $= 0,32858 R = 4,10725$.

152. Comme la confusion produite par la sphéricité des trois derniers verres de la lunette, introduit peu de changement dans les dimensions du premier verre de l'objectif, on pourrait, comme dans les lunettes précédentes, se dispenser d'y avoir égard, & prendre le rayon de la surface antérieure de ce verre $= 0,84662 R = 0,21165 m$, & le rayon de la surface postérieure $= 0,32745 R = 0,08186 m$. Et, au cas qu'on désirât les corrections qu'il faut leur appliquer, quel que soit le grossissement, pour que la confusion dont il s'agit soit détruite, nommant g & h ces corrections, on n'aurait qu'à faire, comme ci-dessus, $0,21165 m + g = 10,48925$, & $0,08186 m + h = 4,10725$, en mettant 50 à la place de m ; on trouverait $g = -0,093$, & $h = 0,0142$, corrections qui sont extrêmement petites & pourraient être négligées.

153. Voici présentement les dimensions générales de la lunette, quel que soit le grossissement m . La distance focale de l'objectif étant $= \frac{1}{4} m$, & le demi-diamètre de son ouverture $= \frac{m}{50}$.

La distance focale du premier verre de l'objectif $\equiv 0,4455 R$

$$\equiv 0,11137 m.$$

Le rayon de la face antérieure de ce verre $\equiv 0,21165 m$
 $\equiv 0,093.$

Celui de la face postérieure $\equiv 0,08186 m + 0,0142.$

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du suivant $\equiv 0,02265 R \equiv 0,00566 m.$

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flintglais, $\equiv -0,27184 R \equiv -0,06796 m.$

Le rayon de chacune de ses faces $\equiv -0,31532 R \equiv -0,07883 m.$

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisième $\equiv 0,00566 m.$

La distance focale du troisième verre de l'objectif $\equiv 0,4394 R$
 $\equiv 0,10985 m.$

Le rayon de chacune de ses faces $\equiv 0,46576 R \equiv 0,11644 m.$

Soit fait, pour abrégér, le nombre $0,25578 = Q$, en sorte que $f = Q m.$

L'intervalle entre l'objectif & le premier des trois autres verres

$$\equiv \frac{1}{4} m - \frac{5}{3} Q = \frac{1}{4} m - 0,4263.$$

La distance focale de ce verre $\equiv 3 Q - \frac{8Q}{m} = 0,7673 - \frac{1,046}{m}.$

Le rayon de chacune de ses faces $\equiv 0,8133 - \frac{2,169}{m}.$

L'intervalle entre ce verre & le suivant $\equiv \frac{1}{2} Q - \frac{10Q}{7m} =$

$$0,3836 - \frac{0,165}{m}.$$

La distance focale de ce second verre $\equiv \frac{1}{2} Q - \frac{39Q}{14m} =$

$$0,3836 - \frac{0,5198}{m}.$$

Le rayon de chacune de ses faces $\equiv 0,4067 - \frac{0,561}{m}.$

La distance de ce verre au dernier $\equiv \frac{1}{10} Q - \frac{61Q}{175m} = 0,0767$

$$- \frac{0,0906}{m}.$$

La distance focale de ce dernier verre $\equiv \frac{2}{10} Q - \frac{131Q}{175m} =$

$$0,230 - \frac{0,1797}{m}.$$

Le rayon de chacune de ses faces = $0,2439 - \frac{0,18}{m}$.

On fera le diamètre de l'ouverture de chacun de ces trois derniers verres, égal à la moitié de sa distance focale.

La distance de l'œil au dernier verre = $\frac{m+1}{3m} F''' = \frac{1}{10} Q + \frac{23Q}{350m} = 0,0767 + \frac{0,0168}{m}$.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{2578'}{m+1}$.

La longueur de la lunette = $0,26132m + 0,1107 - \frac{0,4188}{m}$. (a)

(a) Supposant qu'ayant du verre de Venise ou du crown-glass qui pèse 950 grains le pouce cube, & du flint-glass qui pèse 1215 grains, on construise les objectifs dont on trouve les dimensions dans la seconde note du Chapitre V de la première Partie, cherchons quelles seront les dimensions des lunettes de cette espèce, si on leur applique un de ces objectifs, par exemple, le premier.

On aura toujours $F = 1,02312 R = f$; donc, à cause que $R = \frac{m}{6,86} = 0,14577 m$,

$F = 0,14914 m$. On trouvera (91) que $\frac{1}{B} = 0,39312$.

Pour avoir les rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, dont le premier = $\frac{0,8102 R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, & le second = $\frac{0,8102 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, on sera obligé de calculer $\lambda 1$ pour chaque grossissement particulier.

Si l'on suppose $m = 50$; la quantité Δ étant = $0,15623$, on aura, à cause que $-A 1 + A 2 = 1,1472$ (seconde note du Ch. V.), $\lambda 1 = 1,1472 - 0,15023 \times 0,39312$, & par conséquent $\lambda 1 = 1,08814$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,29688$. Ainsi on aura le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif = $0,54102 R = 3,9432$, & le rayon de la surface postérieure = $1,49538 R = 10,8991$.

Si l'on suppose $m = 100$, on aura $n = 60$, $nn' = -150$, $L' = -\frac{177}{278}$,

$H' = -\frac{177}{101}$, $I'' = -\frac{353}{251}$, $H'' = \frac{353}{101}$; & l'on trouvera $\lambda' = 13,1842$,

$\lambda'' = 22,4$, $\lambda''' = 1,60024$, & la quantité qui est multipliée par $\frac{1}{B}$, = $0,07254$.

On aura donc $\lambda 1 = 1,1472 + 0,07254 \times 0,39312 = 0$, & par conséquent $\lambda 1 = 1,1187$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,34452$. Ainsi on aura le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif = $0,55878 R = 8,14556$, & le rayon de la surface postérieure = $1,37449 R = 20,0364$.

La distance focale de ce verre = $0,7495 R = 0,10925 m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flint-glass & également concave des deux côtés, = $-0,4573 R = -0,06666 m$.

Le rayon de chacune de ses faces = $-0,4847 R = -0,0706 m$.

La distance focale du troisième verre de l'objectif = $0,5687 R = 0,0829 m$.

Le rayon de chacune de ses faces = $0,6028 R = 0,08787 m$.

154. Il y a exactement les mêmes observations à faire au sujet de l'exécution de cette espèce de lunettes, que sur celle des précédentes. Lorsqu'on aura déterminé avec exactitude le foyer de l'objectif, on placera le verre qui suit l'objectif, entre l'objectif & son foyer, à 0,43 de ce foyer. Comme les deux derniers verres tiennent lieu d'un oculaire simple, on les fixera dans un tuyau particulier susceptible de se mouvoir, afin que la lunette puisse servir pour toute espèce de vue.

La distance du milieu de l'épaisseur de chaque verre au milieu de l'épaisseur du suivant = 0,0581 R = 0,00555 m .

Le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif = 0,02 m .

Soit, pour abrégé, le nombre 0,14914 représenté par T , en sorte que $f = T m$.

L'intervalle entre l'objectif & le premier des trois autres verres = $R + d' = R -$

$$\frac{5f}{3m} = 0,14577 m - \frac{5}{3} T = 0,14577 m - 0,24856.$$

$$\text{La distance focale de ce premier verre} = 3 T - \frac{8 T}{m} = 0,44742 - \frac{1,19112}{m}.$$

$$\text{Le rayon de chacune de ses faces} = 0,47426 - \frac{1,2647}{m}.$$

$$\text{L'intervalle entre ce verre & le suivant} = \frac{3}{2} T - \frac{10 T}{7 m} = 0,12371 - \frac{0,21306}{m}.$$

$$\text{La distance focale de ce second verre} = \frac{3}{2} T - \frac{29 T}{14 m} = 0,12371 - \frac{0,30893}{m}.$$

$$\text{Le rayon de chacune de ses faces} = 0,23713 - \frac{0,32746}{m}.$$

$$\text{La distance de ce verre au dernier} = \frac{3}{10} T - \frac{62 T}{175 m} = 0,04474 - \frac{0,05284}{m}.$$

$$\text{La distance focale de ce dernier verre} = \frac{9}{10} T - \frac{123 T}{175 m} = 0,13422 - \frac{0,10482}{m}.$$

$$\text{Le rayon de chacune de ses faces} = 0,14227 - \frac{0,1111}{m}.$$

$$\text{La distance de l'œil à ce verre} = \frac{3}{10} T + \frac{23 T}{350 m} = 0,04474 + \frac{0,0098}{m}.$$

$$\text{La longueur de la lunette} = 0,15687 m + 0,06463 - \frac{0,2717}{m}.$$

Toutes ces mesures sont en pouces. Mais comme les deux derniers verres & particulièrement le dernier, sont très-petits, on sera obligé d'augmenter cette mesure, & de la porter au moins à un pouce & demi.

Quand les deux espèces de verre qu'on emploierait pour construire l'objectif, n'auraient pas exactement les mêmes pesanteurs spécifiques que celles dont nous avons parlé, rien n'empêcherait, pourvu qu'elles en différaient peu, de construire l'objectif d'après les dimensions de ceux de la seconde note du Ch. V, première Partie.

CHAPITRE III.

Des Lunettes qui représentent les objets dans leur situation naturelle.

155. **C**Es Instrumens sont de deux especes. La premiere comprend toutes les lunettes dans lesquelles il n'y a point d'image réelle, & qui sont les premieres connues. L'autre est composée de celles où il y a deux images réelles. Occupons nous d'abord des lunettes de la premiere espece. Dans ces lunettes, on ne peut détruire les couleurs, qu'en employant des verres d'espece différente, ainsi qu'il est facile de s'en assurer. Comme celles qui donnent des couleurs, sont trop imparfaites, nous croyons superflu de nous en occuper, & nous n'allons enseigner que la construction de celles dans lesquelles les couleurs sont détruites.

156. Concevons d'abord la lunette composée de deux verres de même espece. Puisqu'il n'y a point d'image réelle dans cette lunette, il y a nécessairement une des deux parties de l'intervalle $f + a'$ entre les deux verres qui est négative, en sorte que la fraction $\frac{f}{f + a'}$ est nécessairement négative. On aura donc $m = -\frac{f}{f + a'}$, ainsi que l'exige la position dans laquelle on aperçoit l'objet; & comme m est toujours plus grande que l'unité, il faut que f soit plus grande que a' ; donc, à cause que l'intervalle $f + a'$ doit être positif, il faut que f soit positive, & par conséquent a' négative. Soient F, F' les distances focales des deux verres. On aura $F = f$, à cause de $a = \infty$, & $F' = a'$, à cause de $f' = \infty$. On aura donc $F' = -\frac{F}{m}$, & l'intervalle entre les verres $= \frac{m-1}{m} F$.

On a pour le lieu de l'œil $\theta = \frac{m-1}{m} F'$, en sorte que la distance de l'œil à l'oculaire est négative. Il faudra donc appliquer

plier l'œil contre l'oculaire. Mais comme alors l'œil ne voit pas davantage que si l'ouverture de l'oculaire n'était que de la grandeur de la prunelle, il faudra supposer le demi-diamètre de l'ouverture de l'oculaire égal au demi-diamètre de la prunelle. De-là on déduit la valeur du demi-diamètre ϕ du champ apparent; car, nommant ω le demi-diamètre de la prunelle, on a $\omega = \pi F'$, & par conséquent $\phi = \frac{\pi}{m-1} = \frac{\pi}{m-1} \cdot \frac{\omega}{F}$.

Comme on a coutume de supposer $\omega = \frac{1}{20}$ de pouce, on ne peut prendre la distance focale de l'oculaire plus petite que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{7}$ de pouce au plus.

Les verres étant supposés de même espèce, le demi-diamètre de la confusion dû à la sphéricité $= \frac{\mu m k^2}{4 F^2} \left(\lambda - \frac{\lambda'}{m} \right)$. On observera pour le nombre λ' qui appartient à l'oculaire, que ce verre qui est concave, devant l'être également des deux côtés pour qu'il admette la plus grande ouverture possible, on aura $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\epsilon}$, & par conséquent $\lambda' = 1,60024$, ce verre étant supposé de crown glass, de même que l'objectif.

Comme on ne peut délivrer la lunette des couleurs que donnent ces deux verres, il faut pour la délivrer au moins de celles que donne l'objectif, substituer à cet objectif, un objectif composé, par exemple, celui à trois verres que nous avons déjà employé. On peut considérer l'objectif simple comme produisant le même effet que l'objectif composé. Son ouverture est égale à celle de l'objectif composé (93). & sa distance focale $F = 1,02312 R$, en sorte que $F' = -1,02312 \frac{R}{m}$. La distance focale de l'objectif composé étant $= R$, l'intervalle entre l'oculaire & lui est donc $= \left(1 - \frac{1,02312}{m} \right) R$. Pour déterminer le premier verre de cet objectif, on a l'équation $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \Delta$; or $\Delta = -\frac{\lambda'}{m} = -\frac{1,60024}{m}$; on aura donc $\lambda 1 = 2,5022 + \frac{0,13228}{m}$. Donc $\lambda 1 - 1 = 1,5022 \left(1 + \frac{\lambda'}{22,712 m} \right)$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1,22564 \left(1 + \frac{1}{22,712 m} \right)$

$= 1,22564 + \frac{0,054}{m}$. Donc le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif composé $= \frac{0,48154 R}{1,79442 - \sqrt{\lambda 1 - 1}} = \frac{0,48154 R}{0,56878 - \frac{0,054}{m}} = 0,21165 m + 0,02$, & celui de la surface postérieure $= \frac{0,48154 R}{0,24492 + \sqrt{\lambda 1 - 1}} = \frac{0,48154 R}{1,47056 + \frac{0,054}{m}} = 0,08186 m - 0,003$.

157. Voici maintenant la construction générale de la lunette. On donnera à l'objectif une ouverture dont le demi-diamètre $= \frac{m}{50}$, & on prendra la distance focale $= \frac{1}{4} m$.

La distance focale du premier verre de l'objectif $= 0,11137 m$.

Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0,21165 m + 0,02$.

Celui de la face postérieure $= 0,08186 m - 0,003$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second $= 0,00566 m$.

La distance focale du second verre lequel est de flintglafs, $= -0,06796 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,07883 m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisième $= 0,00566 m$.

La distance focale de ce troisième verre $= 0,10985 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,11644 m$.

La distance de ce verre à l'oculaire $= 0,250 m - 0,25578$.

La distance focale de l'oculaire $= -0,2558$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,271$.

Le demi-diamètre de son ouverture $= 0,068$.

Comme le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{1,02312 R}$, si l'on suppose $\omega = \frac{1}{20}$ de pouce, on aura $\phi = \frac{672'}{m-1} \cdot (b)$

(b) On pourrait donner à cette lunette le premier des deux objectifs composés de verre de Venise & de flintglafs, qu'on a introduit dans les dernières lunettes du chapitre précédent.

On aura toujours la distance focale de l'oculaire $F' = -1,02312 \cdot \frac{R}{m}$, & l'inter-

158. Comme, en général, l'effet des lunettes dépend de l'exactitude avec laquelle on suit, dans l'exécution, les dimensions trouvées par le calcul, on pourra, pour plus de sûreté, augmenter la mesure dans laquelle ces dimensions sont exprimées, prendre, par exemple, pour mesure, un pouce & demi, deux pouces, au lieu d'un, ce qui réduira presque à rien la confusion qui peut résulter de la petite différence entre les

valle entre l'objectif & l'oculaire, $= \left(1 - \frac{1,02312}{m}\right) R$. Mais comme la distance focale R de l'objectif $= \frac{m}{6,86}$, la distance focale de l'oculaire & la distance de l'objectif à l'oculaire seront beaucoup plus petites. Quant à l'ouverture de l'objectif, le demi-diamètre de cette ouverture sera toujours $= \frac{m}{50^{\text{es}}}$.

Comme $\frac{1}{B} = 0,39312$, & $\Delta = -\frac{1,60024}{m}$, on a, pour déterminer le premier verre de l'objectif, l'équation $\lambda 1 = 1,1472 + \frac{0,6191}{m}$, d'où l'on tire $\sqrt{(\lambda 1 - 1)}$

$= \sqrt{(0,1472 + \frac{0,6191}{m})}$. Pour avoir les rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, on sera obligé de calculer, pour chaque grossissement m , la valeur de $\sqrt{(\lambda 1 - 1)}$. L'introduisant ensuite dans les expressions de ces rayons

$\frac{0,8102 R}{1,79441 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, & $\frac{0,8102 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, on aura les valeurs de ces rayons dont le premier appartient à la surface antérieure, & le second à la surface postérieure.

Si $m = 10$, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,45839$; & le premier rayon $= 0,884$, & le second $= 1,6791$.

Si $m = 20$, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,42267$; & le premier rayon $= 1,7218$, & le second $= 3,5378$.

La distance focale de ce premier verre $= 0,10925 m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de simple, $= -0,06666 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,08 m$.

La distance focale du troisième verre de l'objectif $= 0,0819 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,08787 m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de chacun de ces trois verres, au milieu de l'épaisseur du suivant, $= 0,00555 m$.

La distance de l'objectif à l'oculaire $= 0,14577 m - 0,14914$.

La distance focale de l'oculaire $= -0,14914$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,158$.

Le demi-diamètre de son ouverture $= 0,0395$.

Le demi-diamètre du champ apparent $= \frac{1112^{\text{es}}}{m-1}$.

Ainsi, en employant l'objectif dont il s'agit, le champ apparent est très-considé-

dimensions que l'exécution donne, & celles du calcul. On pourra se dispenser de changer rien à l'ouverture de l'objectif. Au reste, on ne doit pas se dissimuler qu'en augmentant les mesures, on diminue à proportion le champ apparent.

159. Au lieu de considérer d'abord la lunette composée de deux verres, & de substituer ensuite un objectif composé à la place de l'objectif simple, on peut la supposer, dès le commencement, composée de trois verres formant l'objectif, dont celui du milieu soit de flintglafs, & d'un quatrième qui soit l'oculaire.

Puisqu'on suppose maintenant quatre verres, on a $m = -\frac{f'f''f'''}{a'a''a'''}$.

Les trois fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ devant être négatives, soit fait $\frac{f}{a'} = -p$, $\frac{f'}{a''} = -p'$; on aura donc les élémens suivans, $a' = -\frac{f}{p}$, $f' = -\frac{L'f}{p}$, $a'' = \frac{L'f}{p'}$, $f'' = \frac{L'L''f}{p'}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{m}$.

Donc les intervalles des verres $f + a' = f(1 - \frac{1}{p})$, $f' + a'' = L'f(\frac{1}{p'} - \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = L'L''f(\frac{1}{p''} - \frac{1}{p'})$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{p}$, $F'' = H''a'' = \frac{L'H''f}{p'}$, $F''' = a'''$.

Supposons que les deux 1^{ers}. verres soient tels que les rayons en for-

ramblement augmenté. Il est vrai que, l'oculaire étant très-petit, on sera obligé, pour qu'il ait des dimensions plus fortes, d'augmenter la mesure de celles de la lunette, & au lieu d'un pouce, de prendre un pouce & demi, ce qui toutefois ne pourra se faire sans que le champ apparent souffre de la diminution.

Les lunettes destinées pour le spectacle demandant plus de lumière, on pourrait; pour celles-là, prendre le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif, $= \frac{m}{40}$. Alors

faisant $0,1372 R = \frac{m}{40}$, on trouveroit $R = \frac{m}{5,488}$. Il ne s'agiroit plus que d'introduire cette valeur de R , dans les rayons des surfaces des verres de la lunette; dans les distances focales, &c.

rent parallèles, on aura $f' = \infty$, & par conséquent $L' = \frac{f'}{f} = \infty$, $H' = 1$. Comme l'intervalle $f' + a''$ doit être fini, il faut qu'à cause de $f' = \infty$, a'' soit $= -\infty$; d'où p' devient $= 1$.

Soit cet intervalle $= \omega f$, on aura $L'f \left(\frac{1}{pf'} - \frac{1}{p} \right) = \omega f$; d'où l'on tire $p' = \frac{L'}{L' + \omega p}$, qui devient $p' = 1$, en supposant $L' = \infty$. Il est superflu de dire qu'on n'emploiera que la valeur $\frac{L'}{L' + \omega p}$ de p' .

Comme $a'' = \infty$, & que f'' est une quantité finie, on aura $L'' = \frac{f''}{\omega} = 0$, & par conséquent $H'' = \frac{L''}{L'' + 1} = 0$. Mais le produit $L'L''$ doit être fini. Soit donc $L'L'' = N$ qu'on suppose fini; on aura $L'' = \frac{N}{L'}$, & $H'' = \frac{N}{L' + N}$.

Ainsi les intervalles des verres, $f + a' = f \cdot \frac{p-1}{p}$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{m} \right) Nf = \frac{m-p}{pm} Nf$. Et les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{f}{p}$, $F'' = \frac{Nf}{pf'}$, $F''' = -\frac{Nf}{m}$.

Les distances focales donnent $H'\pi - \phi = -p\phi$, $H''\pi' - \pi + \phi = p p' \phi$, & $\pi'' - \pi' + \pi - \phi = -m\phi$, à cause de $H''' = 1$.

La première équation donne, à cause de $H' = 1$, $\pi = (1-p)\phi$. Pour que π contribue à augmenter le champ apparent, il faut que sa valeur soit négative; ainsi il faut que $p > 1$.

Substituant dans la seconde équation les valeurs de H'' , de p' & de π , elle deviendra $\frac{N\pi'}{L' + N} = -\frac{\omega p' \phi}{L' + \omega p}$, d'où l'on tire, à cause de $L' = \infty$, $\pi' = -\frac{\omega p'}{N} \phi$.

Comme il faut prendre $p > 1$, il faut que $f > 0$ pour que l'intervalle entre le premier & le second verre ait une valeur positive. Puisque f doit être > 0 , il faut aussi que $\omega > 0$, afin que la valeur de l'intervalle entre le second & le troisième verre soit positive. Puisque $p > 1$, $f > 0$ & $\omega > 0$, la valeur de π' sera négative, si $N > 0$.

Substituant dans la troisième équation les valeurs de π & π' , on aura $\pi'' = -(m-p + \frac{m p^2}{N}) \phi$, d'où l'on tirera, en prenant $\pi'' = -\frac{1}{4}$, le demi-diamètre ϕ du champ apparent $= \frac{859^{\frac{1}{2}}}{m-p}$, en négligeant le terme $\frac{m p^2}{N}$, qui ne peut être qu'extrêmement petit, pourvu qu'on ait soin de prendre le plus petit qu'il est possible l'intervalle entre le second & le troisième verre.

L'équation pour la destruction des couleurs est, en faisant $\frac{dP}{P-1} = M$, $\frac{dP'}{P'-1} = M'$, $M(Np\pi'' - \pi'' - \pi') - M'(N\pi'' - \pi) = 0$; ou, en substituant les valeurs de π , π' , π'' , $-M(Np(m-p) + m p^2 + m - p) + M'(N(m-p) + m p^2 - p + 1) = 0$, équation qui donnera $N = \frac{-M(m-p) - M'(p-1)}{(m-p)(Mp - M')}$, ou $(m-p)N = \frac{-M(m-p) - M'(p-1)}{Mp - M'}$, parce que ω devant être prise la plus petite qu'il est possible, & n'étant pas nécessaire de satisfaire rigoureusement à cette équation, on peut négliger les termes affectés de ω .

La quantité $(m-p)N$ devant être positive, afin que la valeur de l'intervalle entre le troisième & le quatrième verre soit positif, il faut que $M' > Mp$, condition qui conduira à déterminer p . Ainsi, comme le second verre étant de flintglafs, & les autres de crownglafs, on a $M' = 10$ & $M = 7$, il faut que $7p < 10$, & par conséquent $p < \frac{10}{7}$, en sorte que la valeur de p est contenue entre les limites 1 & $\frac{10}{7}$. Comme la lunette sera d'autant plus courte que N sera plus petit, il faudra prendre p plus proche de l'unité que de $\frac{10}{7}$. On pourra supposer $p = \frac{8}{7}$; d'où l'on aura

$$N = \frac{49m - 46}{2(7m - 8)}.$$

A cause de $L' = \infty$, $H' = 1$, $L' L'' = N$, &c., l'équation pour la destruction de la confusion due à la sphéricité des verres, sera $\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{p} + \frac{m \lambda''}{p N^2} - \frac{\mu' \lambda''}{m N^2} = 0$, d'où l'on tire $\lambda' = \frac{\mu}{\mu'} (p \lambda - \frac{\lambda''}{N^2} - \frac{p \lambda''}{m N^2})$; $\mu = 0,9875$, & $\mu' = 0,8724$.

Pour rendre la lunette la plus courte qu'il est possible, on fera également convexes des deux côtés le premier & le troisième verre, & le quatrième également concave des deux côtés; en sorte que ces verres étant de crown-glass, on a $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1,60006$; & le rayon de chaque face du premier verre = $1,06f$; le rayon de chaque face du troisième = $1,06 \frac{Nf}{P}$; & le rayon de chaque face du quatrième ou de l'oculaire, = $-1,06 \frac{Nf}{m}$. A cause de $f' = \infty$, le rayon de la surface antérieure du second verre $b' = \frac{d'}{\gamma' + d' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, le rayon de la surface postérieure $c' = \frac{d'}{\gamma' + d' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$. Comme ce verre est de flint-glass, $\gamma' = 0,1413$, $d' = 1,5827$, $e' = 0,8775$.

On pourra faire le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif, $k = \frac{1}{2}f$. Et comme la clarté demande qu'on prenne $k = \frac{m}{50}$, on aura $f = \frac{2}{55}m$.

160. Maintenant nous n'avons plus qu'à faire le calcul de ces lunettes pour quelques grossissemens particuliers. Nous ferons remarquer que dans toutes, le rayon de chaque face du premier verre = $1,06f$, f étant sa distance focale; que l'intervalle entre ce verre & le second, = $0,125f$, & que l'on doit toujours rendre le plus petit qu'il est possible l'intervalle entre le second & le troisième verre; en sorte qu'on n'a plus à calculer que les dimensions des trois autres verres & la distance du troisième au quatrième.

Supposons qu'on demande les dimensions d'une lunette qui grossit cinq fois, c'est-à-dire, que $m = 5$. On aura $N = 3,6852$, $\lambda' = 2,0977$, & $d' \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,91936$. Ainsi on aura le rayon de la face antérieure du second verre $b' = \frac{d'}{0,1413 + 0,91936} = \frac{1,5827}{1,06036}$, & le rayon de la face postérieure $c' = \frac{e'}{1,5827 + 0,91936} = \frac{0,8775}{2,50206}$, en prenant les signes supérieurs; substituant la valeur $-\frac{7}{8}f$ de d' , on aura $b' = -0,8248f$, & $c' = -1,3192f$.

La distance focale de ce verre = $-0,875 f$.

La distance focale du troisieme = $3,22455 f$.

Le rayon de chaque face du troisieme verre = $3,418 f$.

La distance de ce verre à l'oculaire = $2,4876 f$.

La distance focale de l'oculaire = $-0,737 f$.

Le rayon de chacune des faces de l'oculaire = $-0,7812 f$.

Le demi-diametre de son ouverture = $0,1953 f$.

La longueur de la lunette = $2,6126 f$.

Le demi-diametre du champ apparent = $3^{\circ} 43'$.

161. Au reste, on peut s'épargner la peine de calculer λ' pour chaque grossissement, & se procurer des formules générales qui donnent les dimensions de ces lunettes pour un grossissement quelconque, en cherchant les dimensions d'une lunette qui grossit médiocrement, par exemple dix fois, & celles d'une lunette dont le grossissement est infini, & déduisant de la comparaison de ces deux cas, la construction des lunettes dont le grossissement est compris entre ceux-là.

162. Soit donc $m = 10$, on trouvera $N = 3,5806$, $\lambda' = 2,1019$, $\sqrt{\lambda' - 1} = 0,92132$.

La distance focale du second verre = $-0,875 f$. Cette distance focale est la même pour tous les grossissements.

Le rayon de la face antérieure de ce verre = $-0,8234 f$.

Le rayon de la face postérieure = $-1,323 f$.

La distance focale du troisieme verre = $3,133 f$.

Le rayon de chacune des faces de ce verre = $3,321 f$.

Sa distance à l'oculaire = $2,7751 f$.

La distance focale de l'oculaire = $-0,35806 f$.

Le rayon de chacune des faces de ce verre = $-0,3796 f$.

Le demi-diametre du champ apparent = $1^{\circ} 34'$.

La longueur de la lunette = $2,9001 f$.

163. Soit $m = \infty$; on trouve alors $N = 3,5$, $\lambda' = 2,112$; $\sqrt{\lambda' - 1} = 2,9091 f$.

Ainsi le rayon de la face antérieure du second verre = $-0,8205 f$.

Le rayon de la surface postérieure = $-1,3309 f$.

La distance focale du troisieme verre = $3,0625 f$.

Le rayon de chaque face du troisieme verre = $3,2462 f$.

L'intervalle

L'intervalle entre ce verre & l'oculaire = $(3,0625 - \frac{2,5}{m})f$.

La distance focale de l'oculaire = $-\frac{2,5}{m}f$.

Le rayon de chaque face de l'oculaire = $-3,710 \frac{f}{m}$.

La longueur de la lunette = $(3,1875 - \frac{2,5}{m})f$.

164. Cherchons maintenant les dimensions de la lunette, pour un grossissement quelconque. Ayant trouvé dans le cas de $m = \infty$, $N = 3,5$; soit en général $N = 3,5 + \frac{d}{m}$. Comme dans le cas de $m = 10$, on a trouvé $N = 3,5806$, on trouvera $d = 0,806$; par conséquent $N = 3,5 + \frac{0,806}{m}$. Pour le second verre, soit le rayon de la face antérieure = $-(0,8205 + \frac{g}{m})f$, & le rayon de la face postérieure = $-(1,3309 + \frac{h}{m})f$; comparant avec les valeurs de ces rayons dans le cas de $m = 10$, on trouvera $g = 0,029$, & $h = -0,079$.

Ainsi, le rayon de la face antérieure du second verre = $-(0,8205 + \frac{0,029}{m})f$.

Le rayon de la face postérieure = $-(1,3309 - \frac{0,079}{m})f$.

La distance focale du troisième verre = $(3,0625 + \frac{0,70525}{m})f$.

Le rayon de chaque face du troisième verre = $(3,2462 + \frac{0,7476}{m})f$.

L'intervalle entre ce troisième verre & l'oculaire = $(3,0625 - \frac{2,7948}{m} - \frac{0,806}{m^2})f$.

La distance focale de l'oculaire = $-(3,5 + \frac{0,806}{m})\frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces de l'oculaire = $-(3,71 + \frac{0,854}{m})\frac{f}{m}$.

Le demi-diamètre de l'ouverture de ce verre égal au quart du rayon.

R

La longueur de la lunette = $(3,1875 - \frac{2,7948}{m} - \frac{0,806}{m^2}) f$.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{859'}{m - \frac{1}{2}}$.

165. Comme ce que le champ apparent gagne à la suppression de $p > 1$, est peu considérable, si on en veut faire le sacrifice, en prenant $p = 1$, la lunette en deviendra plus courte. Il est vrai que l'intervalle entre le premier & le second verre devient nul, en sorte que ces deux verres se touchent; mais on peut les disposer de manière qu'ils ne se touchent pas, & soient seulement infiniment proches l'un de l'autre: ce qu'on doit entendre également du second & du troisième verre.

Supposons donc $p = 1$, auquel cas le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{859'}{m - 1}$; on aura $N = \frac{M}{M' - M} = \frac{7}{3}$. Ainsi l'intervalle entre le troisième & le quatrième verre $f'' + a''' = \frac{7(m-1)}{3m} f$.

On trouvera $\lambda' = 1,9536 - \frac{0,1425}{m}$; d'où l'on aura les rayons des faces du second verre, dont le premier $b' = \frac{-f}{\lambda' + \sqrt{\lambda' - 1}}$, & le second $c' = \frac{-f}{\lambda' - \sqrt{\lambda' - 1}}$, f' étant $= \infty$, & $a' = -f$. Pour

avoir la valeur de ces rayons pour un grossissement quelconque, cherchons-la dans le cas de $m = 10$, & de $m = \infty$.

166. Soit donc $m = 10$, on trouvera $\lambda' = 1,93937$ & $c' \sqrt{\lambda' - 1} = 0,85048$. Ainsi le rayon de la face antérieure du second verre = $\frac{-f}{0,1414 + 0,85048} = -1,0082 f$, & celui de la face postérieure = $\frac{-f}{1,5827 + 0,85048} = -1,3657 f$, en prenant les signes supérieurs.

167. Soit $m = \infty$; on aura alors $\lambda' = 1,9536$ & $c' \sqrt{\lambda' - 1} = 0,8569$, d'où l'on aura le rayon de la face antérieure du second verre = $-1,0017 f$, & le rayon de la face postérieure = $-1,3778 f$.

168. Supposons donc, pour un grossissement quelconque m , le rayon de la face antérieure du second verre = $-(1,0017 + \frac{h}{m}) f$, & celui de la face postérieure = $-(1,3778 + \frac{h'}{m}) f$;

on conclura du grossissement $m = 10$, $h = 0,065$, & $h' = -0,121$; en sorte que, pour un grossissement quelconque m , le rayon de la face antérieure du second verre $= -(1,0017 + \frac{0,065}{m})f$, & le rayon de la face postérieure $= -(1,3778 - \frac{0,121}{m})f$.

On aura donc les dimensions suivantes, f étant $= 0,08 m$.

La distance focale du premier verre $F = f = 0,08 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1,06 F = 0,0848 m$.

La distance focale du second (de flintglass) $F' = -f = -0,08 m$.

Le rayon de la face antérieure de ce second verre $= -0,08014 m - 0,0052$.

Le rayon de la face postérieure $= -0,110224 m + 0,0097$.

La distance focale du troisième verre $F'' = Nf = 2,3333 f = 0,18666 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1,06 F'' = 0,19786 m$.

La distance à l'oculaire $= 0,187 (m - 1)$.

La distance focale de l'oculaire $= -0,18666$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,19786$.

Le demi-diamètre de son ouverture égal au quart du rayon.

Le demi-diamètre du champ apparent $= \frac{859'}{m-1} \cdot (c)$

Il est presque superflu de dire que toutes ces dimensions sont en pouces & parties de pouce.

169. Les lunettes de cette espèce ayant peu de champ, leur usage

(c) Si pour avoir plus de lumière, on faisait $k = \frac{1}{4}f = \frac{m}{40}$, en sorte que $f = \frac{1}{10}m$;

on aurait alors les dimensions suivantes.

La distance focale du premier verre $= 0,1 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,106 m$.

La distance focale du second $= -0,1 m$.

Le rayon de la face antérieure $= -0,10017 m - 0,0065$.

Le rayon de la face postérieure $= -0,13778 m + 0,0121$.

La distance focale du troisième verre $= 0,23333 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,24733 m$.

La distance à l'oculaire $= 0,233 (m - 1)$.

La distance focale de l'oculaire $= -0,23333$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,24733$.

est nécessairement borné à de petits grossissemens ; & lorsqu'on en veut de plus considérables , on est forcé d'avoir recours à celles dans lesquelles il y a deux images réelles. Voyons comment on en détermine les dimensions. Nous allons commencer par celles dans lesquelles la première image tombe entre l'objectif & le verre qui le suit , & la seconde entre le troisième & le quatrième , & où les rayons sortent parallèles du second verre.

Puisqu'on a quatre verres , on a $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}.$ Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; n & n'' devant être négatives , soient $n = -p$, $n'' = -p'$; on aura $m = pp'n'.$

On aura donc les élémens suivans , $a' = \frac{f}{p}$, $f' = L'a' = \frac{L'f}{p}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = -\frac{L'f}{p'n'}$, $f'' = L''a'' = -\frac{L'L''f}{p'n'}$, $a''' = \frac{f''}{p'} = -\frac{L'L''f}{m}$; & par conséquent les intervalles des verres $f + a' = f(1 + \frac{1}{p})$, $f' + a'' = \frac{L'f}{p}(1 - \frac{1}{n'})$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{p'n'}(1 + \frac{1}{p'})$. Comme ces intervalles doivent être positifs , il faut , pour le premier , que f soit positive ; pour le second , que $L'(1 - \frac{1}{n'})$ le soit aussi ; & pour le troisième , que $L'L''$ soit négatif. Les distances focales sont $F = f$, $F' = H'a'$, $F'' = H''a''$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$. Faisons $\pi = -q\Psi$, $\pi' = q'\Psi$, $\pi'' = -\Psi$; on aura $\phi = \frac{q+q'+1}{m-1}\Psi = G\Psi$, en faisant $\frac{q+q'+1}{m-1} = G$.

Puisque les rayons sortent parallèles du second verre , on a $L' = \infty$, & $L'' = 0$. Pour que l'intervalle entre le second & le troisième verre , ait une valeur finie , considérons , pour le moment , L' , non comme un nombre infini , mais seulement comme un nombre extrêmement grand , & conséquemment L'' comme un nombre extrêmement petit , & leur produit $L'L''$ devant être négatif , supposons-le $= -N$. Soit la valeur finie de l'intervalle entre le second & le troisième verre , $= hf$; on

aura donc $\frac{L'f}{p} (1 - \frac{1}{n'}) = hf$, d'où l'on déduit $n' = \frac{L'}{L' - pf} = 1 + \frac{p}{L'}$, en sorte que, dans la supposition actuelle, n' est un peu plus grande que l'unité, tandis qu'elle lui est effectivement égale.

De plus, on aura $H' = \frac{L'}{1 + L'}$, $L'' = -\frac{N}{L'}$, & $H'' = -\frac{N}{L' - N} = -\frac{N}{L'}$. Donc les distances focales du second & du troisième verres donnant $\frac{H' \pi - q}{p} = p$ & $\frac{H'' \pi' - \pi + q}{p} = -p n'$, & par conséquent $H' q = -(p + 1) G$, & $H'' q' = -(p n' + 1) G - q$, on aura $q = -\frac{(p + 1) G (1 + L')}{L'}$, & $q' = \frac{(h p' - p - 1) G}{N}$; & maintenant il sera permis de prendre $L' = \infty$, $H' = 1$, $L'' = H'' = 0$, en sorte cependant que $L' L''$ soit $= -N$.

L'équation générale pour la destruction des couleurs est $\frac{\pi}{n} - \frac{\pi'}{n'} + \frac{\pi''}{n n'} = 0$, laquelle, dans le cas présent où $n' = 1$, devient $-\frac{q + q'}{p} + \frac{1}{p p'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{1}{q + q'}$. Mais on a $p p' = m$; donc on aura $q + q' = \frac{p}{m}$; donc $G = \frac{q + q' + 1}{m - 1} = \frac{m + p}{m(m - 1)}$. Substituant, dans l'équation $q + q' = \frac{p}{m}$, à la place de q & q' , leurs valeurs, & ensuite à la place de G la sienne, on aura $N = \frac{(h p' - p - 1)(m + p)}{p^2 + 2 m p + m}$.

Comme N doit être un nombre positif, il faut que h soit plus grand que $\frac{p + 1}{p^2}$, & le soit assez pour que N ne soit pas trop petit. Puisqu'on a $a' = \frac{f}{p}$, $f' = \infty$, $a'' = \infty$, $f'' = \frac{N f}{p}$, $a''' = \frac{N f}{m}$; les intervalles des verres $f + a' = (1 + \frac{1}{p}) f$, $f' + a'' = h f = \frac{(p + 1) f}{p^2} + \frac{N f \sqrt{2 m(m - 1)}}{2 p^2}$, $f'' + a''' = N f (\frac{1}{p} + \frac{1}{m})$; les distances focales $F = f$, $F' = \frac{f}{p}$, $F'' = f'' = \frac{N f}{p}$, $F''' = \frac{N f}{m}$; f étant déterminée par l'équation $f = q k \sqrt{m \mu} (\lambda + \frac{\lambda'}{p} + \frac{\lambda''}{N^2 p} + \frac{\lambda'''}{N^2 m})$.

Il est évident que, pour que f ne soit pas trop grande, il faut que p soit grand & que N ne soit pas trop au-dessous de l'unité. Le champ apparent demande aussi que p soit grand. Car le demi-diamètre du champ apparent $\phi = G\Psi = \frac{m+p}{m(m-1)}\Psi$; d'où l'on voit que le champ apparent est d'autant plus grand que p l'est davantage. Mais il faut bien observer qu'on ne peut prendre pour la lettre Ψ la plus grande valeur $\frac{1}{2}$, qu'autant que les lettres q & q' ne surpassent pas l'unité; en sorte que si q ou q' surpassait l'unité, il faudrait prendre Ψ plus petite dans la même proportion. Il est donc très-avantageux d'avoir une valeur de p telle que $q' = 1$; or supposant $q' = 1$, on a $1 + q = \frac{p}{m}$, ou $pp + 2mp = m(m-2)$, & par conséquent $p = -m + \sqrt{2m(m-1)}$, valeur qui donne $q' = 1$. On aura donc le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{m(m-1)}\Psi = \frac{2\Psi}{\sqrt{2m(m-1)}}$; & par conséquent, en prenant $\Psi = \frac{1}{2}$, & multipliant par 3473', on aura $\phi = \frac{1718'}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

La distance de l'œil = $\frac{F^m}{mG} = \frac{F^m(m-1)}{m+p} = \frac{F^m(m-1)}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

170. Comme les lunettes de cette espèce sont d'une longueur incommode, il faut voir s'il ne serait pas possible de les rendre plus courtes. Or, par ce qu'on a vu précédemment, on doit penser qu'on y parviendra en substituant à l'objectif qui est simple, un objectif composé de deux ou trois verres. Supposons d'abord qu'on ne veuille employer que des verres de même espèce, & qu'on forme l'objectif de deux verres très-voisins l'un de l'autre, en sorte que la lunette soit alors composée de cinq verres.

Puisque l'objet est vu droit, m est positive; ainsi on a $m = \frac{f f' l'' l'''}{a'' a'''} = \frac{f f' l'' l'''}{a'' a'''}$. Soit $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = n'$, $\frac{l''}{a''} = -n''$, $\frac{l'''}{a'''} = n'''$; on aura d'abord $m = n n' n'' n'''$, ensuite $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L' a' = -\frac{L' f}{n}$, $a'' = \frac{f'}{n'} = -\frac{L' f}{n n'}$, $f'' = L'' a'' = -\frac{L' L'' f}{n n'}$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = \frac{L' L'' f}{n n' n''}$, $f''' = L''' a''' = \frac{L' L'' L''' f}{n n' n''}$, $a'''' = \frac{f'''}{n'''} = \frac{L' L'' L''' f}{n n' n'' n'''}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H' a' = -\frac{H' f}{n}$, $F'' = a'' = -\frac{L' f}{n n'}$, $F''' = f''' = \frac{L' L'' L''' f}{n n' n''}$, $F^{iv} = a^{iv} = \frac{L' L'' L''' L^{iv} f}{m}$.

L'intervalle entre le premier verre & le second $f + a' = (1 - \frac{1}{n}) f$. Comme cet intervalle doit être très-petit, n doit être très-peu différente de l'unité, afin que $1 - \frac{1}{n}$ soit une fraction très-petite; & comme cette fraction doit être négative lorsque f est négative, il faut alors que n soit plus petite que l'unité; & cette fraction devant être positive, lorsque f est positive, il faut qu'alors n soit plus grande que l'unité. Représentant cette fraction par ω , on aura $1 - \frac{1}{n} = \omega$, d'où l'on tire $n = \frac{1}{1-\omega}$.

L'intervalle entre le second & le troisième verre, $f' + a'' = -\frac{L' f}{n} (1 + \frac{1}{n'})$; d'où l'on voit que L' doit être négatif, si f est positive, & positif, si f est négative.

L'intervalle entre le troisième & le quatrième, $f'' + a''' = -\frac{L' L'' f}{n n'} (1 - \frac{1}{n''}) = r f$, en faisant $-\frac{L' L''}{n n'} (1 - \frac{1}{n''}) = r$. Il est évident que r doit être négatif lorsque f est négative, & positif lorsque f est positive. $L'' = -\infty$, à cause de $f'' = L'' a'' = -\infty$.

L'intervalle entre le quatrième & le cinquième verre, $f''' + a^{iv} = \frac{L' L'' L''' f}{n n' n''} (1 + \frac{1}{n'''})$. Comme $f''' = L''' a'''$, & qu'ainsi $L''' = \frac{f'''}{a'''}$, il s'ensuit que $L''' = 0$, a''' étant $= \infty$. La quantité L'' étant infiniment grande, si l'on considère L''' comme étant infiniment petite, leur produit pourra former une quantité finie & de plus négative, à cause que L'' est négatif; on pourra donc supposer $L'' L''' = -N$, N étant une quantité finie & positive; & l'on aura $f''' + a^{iv} = -\frac{L' N f}{n n' n''} (1 + \frac{1}{n'''})$. Il est évident que $L' f$ doit toujours être négatif.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$. Soit Ψ la plus grande valeur dont les lettres π , π' , &c., sont susceptibles. Soit $-\pi = p \Psi$, $\pi' = q \Psi$, $-\pi'' = \Psi$, $\pi''' = \Psi$;

on aura $\phi = \frac{p+q+1}{m-1} \Psi = G \Psi$, en faisant $\frac{p+q+1}{m-1} = G$.

La distance de l'œil au dernier verre $\theta = \frac{\pi'' F r}{m \phi} = -\frac{L' N f}{G m^2}$.

On a ensuite les formules suivantes : $\frac{H' \pi - \phi}{\phi} = \frac{H' F}{F'} = \frac{f}{a'} =$
 $= n$, d'où l'on tire $H' p = (n-1) G = \frac{a}{1-a} G$; ainsi p fera
 une quantité très-petite ;

$\frac{H'' \pi' - \pi + \phi}{\phi} = \frac{L' H' F}{F''} = \frac{L' f}{a''} = -n n'$ donne $H'' q =$
 $-(1+n n') G - p$, observant que, comme $L'' = -\infty$,
 $H'' = \frac{L''}{L''+1} = 1 + \frac{1}{L''}$;
 $\frac{H''' \pi'' - \pi' + \pi - \phi}{\phi} = \frac{L' L'' H'' F}{F'''} = \frac{L' L'' f}{a''' } = n n' n''$, donne $H''' =$
 $-(1+n n' n'') G - p - q$. On se souviendra qu'à cause de
 $L''' = -\frac{N}{L''}$, $H''' = \frac{L'''}{L''' + 1} = \frac{-N}{L'' - N} = -\frac{N}{L''}$.

Si l'on substitue $\frac{L''}{L''+1}$, à la place de H'' , dans l'équation
 $H'' q = -(1+n n') G - p$, on aura $q = -(1+n n') G (1 +$
 $\frac{1}{L''}) - p (1 + \frac{1}{L''})$. Substituant cette valeur de q , avec la va-
 leur $1 - \frac{r n n'}{L' L''}$ de n'' , déduite de la supposition de $-\frac{L' L''}{n n'} (1 -$
 $\frac{1}{n''}) = r$, dans l'équation $-\frac{N}{L''} = -(1+n n' n'') G -$
 $p - q$, on aura $-N = \frac{r n^2 n'^2 G}{L' L''} + (1+n n') G + p$,
 d'où l'on tire $r = -\frac{(1+n n') L'}{n^2 n'^2} - \frac{L' N}{n^2 n'^2 G} - \frac{L' p}{n^2 n'^2 G}$, valeur
 dans laquelle on peut négliger sans crainte le dernier terme.

L'équation pour la destruction des couleurs est $\frac{\pi}{\phi F} + \frac{\pi'}{L' \phi F} +$
 $\frac{\pi''}{L' L'' \phi F} + \frac{\pi'''}{m \phi} = 0$, laquelle, à cause que $F = f$, $\frac{a'}{f} =$
 $-\frac{1}{n}$, $\frac{a''}{L' f} = -\frac{1}{n n'}$, $\frac{a'''}{L' L'' f} = \frac{1}{n n' n''}$, $\pi = -p \Psi$, $\pi' = q \Psi$,
 $\pi'' = -\Psi$, $\pi''' = \Psi$, &c que n'' est à peu près $= 1$, devient
 $p - \frac{q}{n} - \frac{1}{n'} + \frac{1}{n' n''} = 0$, laquelle donne, en négligeant le
 premier terme, $n'' = \frac{1}{\frac{q}{n} + 1}$; donc $m = \frac{n n'}{\frac{q}{n} + 1}$, à cause que
 $m = n n' n''$.

Puisque

Puisque $H'' = 1$, on a, en négligeant p , $q = -(1 + n'n')$ G ; mais, en négligeant aussi p , $G = \frac{1+n'}{m-1}$; substituant cette valeur de G , on aura $q = -\frac{2(1+n'n')}{m+n'n'}$, & par conséquent $G = \frac{2}{m+n'n'}$. Substituant aussi cette valeur de q dans $m = \frac{n'n'}{q+1}$, on aura $n'n' = -m + \sqrt{2m(m-1)}$. Donc $q = -\frac{2(1+n'n')}{\sqrt{2m(m-1)}}$ & $G = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}}$, & par conséquent $\phi = \frac{2\Psi}{\sqrt{2m(m-1)}}$, en sorte que prenant $\Psi = \frac{1}{4}$, le champ apparent est le plus grand possible. Convertissant en minutes, en multipliant par 3437', $\phi = \frac{1718'}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

La distance de l'œil au dernier verre $\theta = -\frac{L'Nf\sqrt{2m(m-1)}}{2mm}$.

L'équation générale pour l'anéantissement de la confusion due à l'ouverture des verres, est $\lambda + \frac{F'}{H''F} \left(\frac{\lambda'}{H''} + \frac{p}{L'} \right) + \frac{F''}{L''H''F} \left(\frac{\lambda''}{H''} + \frac{p}{L''} \right) + \frac{F'''}{L'''H'''F} \left(\frac{\lambda'''}{H'''} + \frac{p}{L'''} \right) = 0$, laquelle devient, à cause que $F = f$, $\frac{a'}{f} = -\frac{1}{n}$, $\frac{a''}{f} = -\frac{1}{n'}$, $\frac{a'''}{f} = \frac{1}{n''}$ en prenant $n'' = 1$, $L'' = -\infty$, $H'' = 1$, $L''L''' = -N$, $L''H''' = -N$, $\lambda - \frac{1}{H''n} \left(\frac{\lambda'}{H''} + \frac{p}{L'} \right) - \frac{\lambda''}{L'''n'n'} - \frac{\lambda'''}{L'''N'n} = 0$, ou $\lambda - \frac{\lambda'}{H''n} - \frac{\lambda''}{L'''n'n'} - \frac{\lambda'''}{L'''N'n} - \frac{p}{L'H'n} = 0$, équation qui servira à déterminer un des λ .

On peut, dans cette équation, faire $\lambda'' = 1$, ainsi qu'on le verra ci-dessous; & parce que les deux derniers verres doivent être également convexes des deux côtés, on aura, dans le verre ordinaire, $\lambda'' = \lambda''' = 1,6299$. On cherchera ensuite, au moyen de cette équation, λ ou λ' , selon que le coefficient de λ' sera plus grand ou plus petit que l'unité.

Il est bon d'observer que tout est assez déterminée, à l'exception des lettres H' & L' dont on reste le maître. On aurait bien à cet égard deux suppositions à faire : celle de H' égale à une fraction plus grande que l'unité, par exemple, à $\frac{1+p}{g}$,

l'autre de H' égale à une fraction plus petite que l'unité ou à $\frac{g}{1+g}$. Mais il est évident que la première est à rejeter, parce qu'alors $L' = -1 - g$, tandis que, dans la seconde, $L' = g$, en sorte que la première supposition donnerait plus de longueur à la lunette que la seconde. L' étant donc positif en vertu de cette dernière supposition, f doit être négative, ou le premier verre concave, & le second convexe; & alors le coefficient de λ' étant plus grand que l'unité; dans l'équation précédente, ce sera λ qu'on déterminera par cette équation, laquelle donnera $\lambda = \frac{\lambda'(1+g)^2}{g^2 n} + \frac{\lambda''}{g^2 n n'} + \frac{\lambda'''}{g^2 N^2 n n'} + \frac{\lambda^{iv}}{g^2 N^2 m} + \frac{(1+g)^2}{g^2 n}$.

On pourra prendre $\lambda' = 1$.

Puisque f est négative, la fraction $1 - \frac{r}{n}$ ou ω doit être négative aussi; si donc on prend $\frac{1}{50}$ pour la valeur de cette fraction, il faudra supposer $\omega = -\frac{1}{50}$, ce qui donne $n = \frac{50}{51}$. Ayant la valeur de n , on aura aussi-tôt celle de n' , au moyen de l'équation $nn' = -m + \sqrt{(2m(m-1))}$.

On voit encore que la valeur de r sera négative, car on aura $r = -\frac{g(1+nn')}{n^2 n'^2} - \frac{gN}{n^2 n'^2 G}$.

Il ne reste donc plus qu'à savoir quelle valeur on peut supposer à g . Or on observera de ne la prendre jamais au-dessous de l'unité, parce qu'alors λ aurait une valeur trop grande. Il faudra même la prendre au-dessus, mais sans qu'elle la surpasse de beaucoup, parce que la lunette deviendrait trop longue. Mr. Euler suppose $g = 2$, & par conséquent $H' = \frac{2}{3}$ & $L' = 2$. Ainsi tout est déterminé.

Observant donc que f est négative, on aura les élémens suivans; $a' = -\frac{51}{50}f$, $f' = -\frac{51}{25}f$, $a'' = -\frac{2f}{n n'}$, $f'' = -\infty$, $a''' = \infty$, $f''' = -\frac{2Nf}{n n'}$, $a^{iv} = -\frac{2Nf}{m}$.

Les distances focales seront $F = f$, $F' = -\frac{51}{75}f$, $F'' = -\frac{2f}{n n'}$, $F''' = -\frac{2Nf}{n n'}$, $F^{iv} = -\frac{2Nf}{m}$.

Les intervalles des verres seront $f + a' = -\frac{1}{50}f$, $f' + a'' = -\frac{11}{25}f - \frac{2f}{n n'}$, $f'' + a''' = -\frac{2(1 + n n')f}{n^2 n'^2} - \frac{N \sqrt{2m(m-1)}}{n^2 n'^2} f$,
 $f''' + a^{iv} = -\frac{2(m + n n')Nf}{n n' m} = -\frac{2Nf}{n n' m} \sqrt{2m(m-1)}$.

La distance de l'œil au dernier verre $\theta = -\frac{Nf \sqrt{2m(m-1)}}{m m}$.

Par conséquent la longueur de la lunette sera, $-\left(\frac{103}{50} + \frac{2(1 + 2 n n')}{n^2 n'^2} + \frac{(m + n n')^2 N}{m^2 n^2 n'^2}\right) f$.

Comme $q = -\frac{2(1 + n n')}{\sqrt{2m(m-1)}}$, si m est un nombre assez grand, q sera, à peu-près, $= -\frac{10}{17}$; en sorte que le troisième verre, ne demandant pas la plus grande ouverture, mais seulement une plus petite que celle-là dans le rapport à peu-près de 10 à 17, il suffira de prendre, pour ce verre, $\lambda^q = 1$. Si donc on prend aussi $\lambda' = 1$, & $\lambda'' = \lambda^{iv} = 1,6299$, on trouvera pour l'objectif $\lambda = \frac{27 \cdot 51}{8 \cdot 50} + \frac{1}{8 n n'} + \frac{1,6299}{8 N^2 n n'} + \frac{1,6299}{8 N^2 m} + \frac{1537}{200}$.

Ayant λ , on aura les rayons des surfaces du 1^{er} verre.

Le rayon de la face antérieure $b = \frac{f}{f - \epsilon \sqrt{(\lambda - 1)}}$; celui de la face postérieure $c = \frac{f}{\gamma + \epsilon \sqrt{(\lambda - 1)}}$. On se souviendra que dans le verre commun où $P = 1,55$, $\delta = 1,6274$, $\gamma = 0,1908$, $\epsilon = 0,9051$.

Les rayons des faces du second verre seront, à cause de $f' = 2 a'$, $b' = \frac{2 a'}{2 \gamma + \delta}$, $c' = \frac{2 a'}{2 \delta + \gamma}$.

Les rayons des faces du troisième seront, à cause de $f'' = -\infty$, $b'' = \frac{a''}{\gamma}$, $c'' = \frac{a''}{\delta}$.

Le rayon de chaque face du quatrième $= 1,10 F''$.

Le rayon de chaque face du cinquième $= 1,10 F^{iv}$.

Si on égale le quart du rayon le plus petit des faces des deux premiers verres au demi-diamètre de l'ouverture donné par le degré de clarté qu'on veut avoir, c'est-à-dire, à $\frac{m}{50}$,

on en conclura f ; si cette valeur de f donne les derniers verres trop petits, il faudra alors supposer à la lettre N une valeur plus grande que l'unité, & cela à volonté, la longueur de la lunette n'en étant pas sensiblement augmentée.

171. Supposons actuellement qu'on se propose de construire une lunette qui grossisse 50 fois. Puisque $m = 50$, $n' = 20$, & $n' = \frac{102}{5}$; & on trouve $\lambda = 3,4425 + 0,0063 + 0,1779 + \frac{0,0143}{N} = 3,6267 + \frac{0,0143}{N} = 3,6285$, en prenant $N = 2$. On aura donc $\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,4674$.

Ainsi le rayon de la face antérieure du premier verre = 6,25 f , & celui de la face postérieure = 0,6031 f . La distance de ce verre au second = $-\frac{1}{50} f$.

Le rayon de la face antérieure du second verre = $-1,0155 f$, celui de la face postérieure = $-0,5921 f$. La distance de ce verre au troisième = $-2,14 f$.

Le rayon de la face antérieure du troisième verre = $-0,5244 f$; celui de la face postérieure = $-0,0615 f$. La distance de ce verre au quatrième = $-0,455 f$.

Le rayon de chacune des faces du quatrième = $-0,22 f$. Sa distance au cinquième = $-0,28 f$.

Le rayon de chacune des faces du cinquième = $-0,088 f$.

La distance de l'œil à ce verre $\theta = -0,056 f$.

Donc la longueur de la lunette = $-2,951 f$.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = 24' \frac{1}{2}$.

Le rayon le plus petit des surfaces des deux premiers verres est 0,5921 f ; prenant le quart & l'égalant à $\frac{m}{30}$, c'est-à-dire, dans le cas présent, à 1, on aura $f = -\frac{350}{37}$, en sorte qu'on pourra prendre $f = -7$.

Ainsi on aura les dimensions suivantes.

Rayon de la face antérieure du premier verre = $-43,75$ pouces.

Rayon de la surface postérieure = $-4,222$ pouces.

Distance focale = -7 pouces.

Demi-diamètre de l'ouverture = 1,05 pouces.

Distance au second verre = 0,14 pouces.

Rayon de la face antérieure du second verre = 7,11 pouces.

Rayon de la face postérieure = 4,145 pouces.

Distance focale = 4,76 pouces.

Demi-diametre de l'ouverture le même que pour le verre précédent.

Distance au troisieme verre = 14,98 pouces.

Rayon de la face antérieure du troisieme verre = 3,6687 pouc.

Rayon de la face postérieure = 0,43 pouces.

Distance focale = 0,7 pouces.

Demi-diametre de l'ouverture de ce verre = 0,11 pouces.

Distance au quatrieme verre = 3,185 pouces.

Rayon de chacune des faces du quatrieme verre = 1,54 pouces.

Distance focale de ce verre = 1,40 pouces.

Demi-diametre de son ouverture = 0,38 pouces.

Distance au cinquieme verre = 1,96 pouces.

Rayon de chacune des faces de ce verre = 0,616 pouces.

Distance focale = 0,56 pouces.

Demi-diametre de l'ouverture = 0,14 pouces.

Distance de l'œil à ce verre = 0,392 pouces.

Longueur de la lunette = 20 pouc. $\frac{2}{3}$ environ.

172. Comme il y a deux images réelles dans ces lunettes ; on pourra mettre à l'endroit où tombe chacune d'elles, un diaphragme dont l'ouverture doit être égale au diametre de cette image. Or le demi-diametre de la premiere image = $\phi L'f = \frac{1}{2} GL'f = \frac{1}{2} GL'f$. Mais $G = \frac{f}{\sqrt{(1m(m-1))}}$, $L' = 2$; donc ce demi-diametre = $\frac{f}{\sqrt{(1m(m-1))}}$; donc si $f = 7$ & $m = 50$, ce demi-diametre = $\frac{1}{10}$ de pouce. Il est superflu de dire que

cette premiere image tombe au foyer du troisieme verre, & que, par conséquent, c'est en cet endroit qu'il faut placer le premier diaphragme. Le demi-diametre de la seconde image = $\phi L'L''f = \phi L'Nf$. Ainsi, comme on a pris $N = 2$, ce dernier diaphragme doit avoir une ouverture deux fois plus grande que celle du précédent. Il ne servira donc à rien, les derniers verres demandant une ouverture beaucoup plus petite, en

sorte qu'il n'y a que le premier diaphragme qui soit utile. On pourra, si l'on veut, lui appliquer un micrometre.

173. Comme, pour rendre ces lunettes plus portatives, on peut les former de plusieurs pieces qui entrent l'une dans l'autre, il est bon d'avertir qu'il n'y a que l'oculaire qui puisse être mobile, & que les autres verres doivent être fixes à demeure aux endroits qui leur sont assignés. Comme le succès dépend principalement du premier verre, on fera bien d'en construire plusieurs, afin de pouvoir choisir celui qui réussira le mieux; car il arrive assez communément qu'il y ait quelque légère différence entre des verres construits dans le même bassin. Peut-être même ne fera-t-on pas mal d'en construire dans des bassins tant soit peu différens, ayant soin toutefois d'avoir toujours la même distance focale. On fera aussi le maître d'augmenter la mesure dans laquelle les dimensions de la lunette auront été déterminées, ainsi qu'on l'a déjà observé à l'égard des autres lunettes.

174. Quoique cette espece de lunettes réunisse bien des avantages, il y aura cependant beaucoup à gagner à employer des verres d'espece différente, tant parce que les lunettes qu'on aura alors seront plus courtes, que parce qu'elles seront entièrement délivrées de la confusion due à la diverse réfrangibilité des rayons de lumiere. Or, pour obtenir des lunettes qui possèdent ces nouveaux avantages, il ne s'agit que de substituer à l'objectif simple des lunettes que nous avons considérées en premier lieu, un des objectifs à trois verres, décrits (93 & 94), par exemple, celui que nous avons déjà employé, & faire les autres verres de crownlafs.

175. Or la substitution de cet objectif est simple. Comme sa distance focale $R = \frac{1}{2} m$, on le placera à une distance du second verre $= \frac{1}{2} m + F'$; on aura $f = 0,25578 m$; & pour que ce second verre, & les deux suivans qui font fonction d'oculaire, admettent la plus grande ouverture, il faudra les faire également convexes des deux côtés; en sorte que le rayon des faces du premier de ces trois verres, sera $= 1,06 F'$; le rayon des faces du second $= 1,06 F''$; & le rayon des faces du dernier $= 1,06 F'''$.

176. Considérant la confusion due aux oculaires comme assez petite pour être négligée, ce qui est assez prouvé par ce qu'on a vu ci-devant, la distance focale de l'objectif composé étant $= \frac{m}{4}$, & le demi-diamètre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$, on aura les dimensions suivantes.

La distance focale du 1^{er}. verre de l'objectif $= 0,11137 m$.

Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0,21165 m$.

Celui de la face postérieure $= 0,08186 m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second, $= 0,00566 m$.

La distance focale du second verre, de flintglais, $= -0,06796 m$.

Le rayon de ses faces $= -0,07883 m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisième, $= 0,00566 m$.

La distance focale de ce troisième verre $= 0,10985 m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,11644 m$.

La distance de cet objectif au verre suivant $= \frac{1}{4} m + F'$, F' étant la distance focale de ce verre.

Cette distance focale $F' = \frac{0,25578 m}{-m + \sqrt{2m(m-1)}}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1,06 F'$.

Supposons le nombre arbitraire $N = 2$, la distance de ce verre au premier oculaire $= 0,25578 m \cdot \frac{1+p+\sqrt{2m(m-1)}}{p^2}$,

p étant $= -m + \sqrt{2m(m-1)}$.

La distance focale du premier oculaire $= 2 F'$, c'est-à-dire, double de celle du verre précédent.

Le rayon de chacune de ses faces, double de celui des faces de ce verre.

La distance du premier oculaire au dernier $= 0,51156 \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{m} \right)$.

La distance focale du dernier oculaire $= 0,51156$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,5422$.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{0,51156(m-1)}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

Quant à l'ouverture de ces oculaires, on en fera le demi-diamètre égal au quart de leurs distances focales respectives.

177. On pourra encore, si l'on veut, augmenter la mesure

dans laquelle les dimensions de ces lunettes sont déterminées. Mais rien n'obligera d'augmenter l'ouverture de l'objectif, à moins qu'on ne désire un plus grand degré de clarté. Si on l'augmentait, ces lunettes deviendraient propres pour la nuit.

178. Au lieu de supposer la première image réelle entre l'objectif & le verre qui le suit, on peut supposer qu'elle tombe entre ce second verre & le troisième. Examinons cette nouvelle espèce de lunettes, en supposant d'abord l'objectif simple.

Puisqu'on a quatre verres, $m = -\frac{f'f''}{a'a''}$. Soient $\frac{f'}{a'} = -n$, $\frac{f''}{a''} = -n'$, $\frac{f'''}{a'''} = -n''$; n' & n'' devant être négatives, soient $n' = -p$, $n'' = -p'$; en sorte qu'on aura $m = np p'$.

Donc $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{p n}$, $f'' = -\frac{L' L'' f}{p n}$, $a''' = -\frac{L' L'' f}{n p p'}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = -\frac{L' H'' f}{p n}$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Les intervalles des verres $f + a' = f(1 - \frac{1}{n})$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}(1 + \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = -\frac{L' L'' f}{p n}(1 + \frac{1}{p'})$.

Ces intervalles devant être positifs, on voit que supposant l'objectif convexe, & par conséquent f positive, n doit être plus grande que l'unité, L' négative & L'' positive.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$. Soit supposé $\pi = -r\Psi$, $\pi' = r'\Psi$, & $\pi'' = -\Psi$; on aura $\phi = \frac{r+r'+1}{m-1}\Psi = G\Psi$, en faisant $\frac{r+r'+1}{m-1} = G$.

La distance de l'œil $= \frac{F'''}{mG} = -\frac{1}{G} \cdot \frac{L' L'' f}{m m}$, distance qui, par les conditions prescrites, est déjà positive.

Les distances focales donnent, $\frac{H'\pi - \phi}{\phi} = \frac{H'F}{F'} = -n$, $\frac{H''\pi' - \pi + \phi}{\phi} = \frac{L' H'' F}{F''} = -np$; de la première équation on tire $r = -\frac{(1-n)G}{H'}$, & de la seconde, $H'' = \frac{-(1+np)-r}{L'}$.

On

On voit que r' & r ne peuvent être positives en même tems, parce qu'autrement H'' aurait une valeur négative, tandis qu'elle doit en avoir une positive.

L'équation pour la destruction des couleurs est $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} + \frac{\pi'' a'''}{L' L''} = 0$, laquelle devient $r - \frac{r'}{p} + \frac{1}{p p'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{1}{p - r}$; ce qui fait voir que r ne peut être positive & r' négative, car autrement p' se trouverait négative. Ainsi, dans tous les cas, r ne peut jamais être positive, en sorte que le second verre diminue toujours le champ apparent.

Puisque r doit être négative, soit $r = -\sigma$; on aura $\sigma = -\frac{(n-1)G}{H'}$. Comme n est plus grande que l'unité, il faut que H' soit négative; il faut donc que $-L'$ soit plus petite que l'unité: on observera qu'il ne faut pas prendre H' assez petite pour que σ surpasse l'unité. On aura donc $H'' = \frac{-(1+np)G + \sigma}{p'}$, & $p' = \frac{1}{r' + p \sigma}$.

Comme on ne peut prendre r' négative, à cause que le champ apparent souffrirait trop de diminution, il faut la prendre positive, avec la condition qu'elle ne surpasse pas l'unité. Mais la supposition qui fournit la solution la plus simple & la plus commode, est celle de $r' = 0$.

Si donc on fait $r' = 0$, alors l'équation $H'' = \frac{-(1+np)G + \sigma}{p'}$ donne $\sigma = (1+np)G$; donc $np = \frac{\sigma}{G} - 1$. Mais $p' = \frac{1}{p \sigma}$; donc, à cause de $np p' = m$, on aura $n = m \sigma$, & par conséquent $m p \sigma = \frac{\sigma}{G} - 1$; ainsi, comme $G = \frac{1-\sigma}{m-1}$, on aura $p = \frac{\sigma m - 1}{m(1-\sigma) \sigma}$, & $p' = \frac{m(1-\sigma)}{m \sigma - 1}$; ces valeurs ne dépendant point de H'' , la lettre L'' demeure indéterminée. On pourra donc faire en sorte que les derniers verres ne soient pas trop petits.

On a $H' = \frac{(1-m \sigma)(1-\sigma)}{(m-1) \sigma}$. Comme σ doit être plus petite que l'unité, & que $m \sigma$ est plus grande que l'unité, on voit

que H' est nécessairement négative. Puisque $m\omega > 1$, ω est donc $> \frac{1}{m}$. Il faut donc que ω soit contenue entre les limites 1 & $\frac{1}{m}$. On pourra supposer $\omega = \frac{1}{\sqrt{m}}$; on aura donc $n = \sqrt{m}$, $p = 1$, $p' = \sqrt{m}$, $H' = \frac{1-\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}}$, $L' = \frac{1-\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}$, $G = \frac{1}{m+\sqrt{m}}$, $a' = -\frac{f}{\sqrt{m}}$, &c.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{\Psi}{m+\sqrt{m}} = \frac{859'}{m+\sqrt{m}}$.

Comme, pour le troisième verre, on a pris $i' = 0$, en sorte que $\pi' = 0$, le demi-diamètre de son ouverture $= \frac{F''k}{L'H''F''} = \frac{k}{\sqrt{m}}$. Quoique cette ouverture soit très-petite, le champ appa-

rent & la clarté n'en souffrent pas; &c, vu la petitesse de cette ouverture, ce verre fait très-bien la fonction de diaphragme.

La distance f doit être au moins égale à $qk\sqrt{m}\mu$ ($\lambda = \frac{1}{H''n}(\frac{\lambda'}{H''} + \frac{\nu}{L'}) - \frac{1}{L'H''n\rho}(\frac{\lambda''}{H''} + \frac{\nu}{L'}) - \frac{\lambda''}{L''L''n''m}$).

179. Comme cette espèce de lunettes a peu de champ, au lieu de supposer un seul verre après la seconde image, nous en supposons deux, ce qui nous fournira un champ apparent double, ainsi qu'on va le voir par les détails dans lesquels nous allons entrer.

La lunette étant actuellement composée de cinq verres, on aura $m = \frac{f f'' f'' f'' f''}{a' a'' a'' a'' a''}$. Soit $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a''} = -n''$, $\frac{f'''}{a'''} = -n'''$. Soit $n' = -p$, $n'' = -p'$; on a donc $m = np p' n''$. On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{n'p}$, $f'' = -\frac{L' L'' f}{n' p}$, $a''' = -\frac{L' L'' f}{n' p p'}$, $f''' = -\frac{L' L'' L''' f}{n' p p'}$. Les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{H' f}{n}$, $F'' = -\frac{L' H'' f}{n' p}$, $F''' = -\frac{L' L'' H''' f}{n' p p'}$, $F'' = a''$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{n})f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}(1 + \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = -\frac{L' L'' f}{n' p}(1 + \frac{1}{p'})$, $f''' + a'''' = -\frac{L' L'' L''' f}{n' p p'}(1 - \frac{1}{n''})$.

Comme ces intervalles doivent être positifs, & que f est positive, n doit être plus grande que l'unité, L' doit être négative, L'' doit être positive, en sorte que H'' soit positive, mais plus petite que l'unité; enfin il faut que $L''' (1 - \frac{1}{n'})$ soit positive: mais pour que a'' soit positive, il faut que L''' soit négative; il faut donc que n''' soit positive & plus petite que l'unité.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$.
Soit $\pi = -r\Psi$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\Psi$, & $\pi''' = \Psi$; on aura $\phi = \frac{r+2}{m-1} \Psi = G\Psi$, en faisant $\frac{r+2}{m-1} = G$.

Pour le lieu de l'œil on a $\theta = \frac{F' r}{m G} = \frac{(m-1) F' r}{m(r+2)}$.

On aura ensuite les équations $H' r - (1-n) G = 0$, $-(1+np) G - r = 0$, $H''' = -(1-n p p') G - r$. La première donne $r = -\frac{(1-n) G}{H'}$; substituant dans la seconde, on a $(1+np) H' + n - 1 = 0$, d'où l'on tire $H' = -\frac{n-1}{1+np}$, en sorte que H' est négative & par conséquent aussi L' laquelle $= -\frac{n-1}{n(1+p)}$. Substituant cette valeur de H' dans celle de r , on a $r = -(1+np) G$; & substituant cette valeur de r dans celle de G , on aura $G = \frac{2}{m+np}$; en sorte que le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{2\Psi}{m+np} = \frac{1715'}{m+np}$. Enfin la troisième des équations précédentes donne $H''' = np(1+p') G$. On voit que H''' est positive; ainsi, comme L''' doit être négative, il faut que H''' soit plus grande que l'unité. Les lettres L'' & H'' demeurent indéterminées.

L'équation pour la destruction des couleurs est (114), $\frac{\pi' a'}{L' p' F} + \frac{\pi'' a''}{L'' L' p' F} + \frac{\pi''' a'''}{m p} = 0$, laquelle devient $r + \frac{1}{p p'} + \frac{1}{p' L' n''} = 0$, ou $-p p' n''' (1+np) G + n''' + 1 = 0$. Comme $m = n p p' n'''$, on a $p p' n''' = \frac{m}{n}$, & par conséquent —

$\frac{m}{n} (1 + np) G + n'' + 1 = 0$, d'où l'on tire, en substituant la valeur de G , $n'' = \frac{2m(1+np)}{n(m+np)} - 1$; ainsi comme n'' doit être positive, il faut que $2m(1+np) > n(m+np)$; & comme n'' doit être plus petite que l'unité, il faut que $m(1+np) < n(m+np)$. Soit comme ci-dessus, $np = \sqrt{m}$, on aura $n'' = \frac{2\sqrt{m}}{n} - 1$; il faut donc que $\frac{2\sqrt{m}}{n} > 1$, ou $n < 2\sqrt{m}$; mais il faut aussi que $\sqrt{m} < n$, ou $n > \sqrt{m}$; en sorte que la lettre p doit tomber entre les limites 1 & $\frac{1}{\sqrt{m}}$.

Soit $n = \frac{1}{3} \sqrt{m}$; alors $p = \frac{1}{3}$, $n'' = \frac{1}{3}$, & $p' = \frac{\sqrt{m}}{n''} = 2\sqrt{m}$. On aura donc $H' = \frac{3-4\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})}$, $L' = \frac{3-4\sqrt{m}}{7\sqrt{m}}$.

Comme L'' est indéterminée, & que la seule condition est qu'elle soit positive, supposons $L'' = N$, prenant l'indéterminée N telle que les distances focales des derniers verres soient d'une grandeur raisonnable. On pourra, par exemple, la supposer $= 3$.

Ayant supposé $L'' = N$, on aura $H'' = \frac{N}{1+N}$.

Enfin on aura $H''' = \frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}$, & $L''' = -\frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+3\sqrt{m}}$.

Les distances focales seront donc $F = f$, $F' = \frac{(4\sqrt{m}-3)f}{4(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}$,

$F'' = \frac{N}{1+N} \cdot \frac{4\sqrt{m}-3}{7m} f$, $F''' = \frac{N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7(1+\sqrt{m})m\sqrt{m}} f$,

$F^{iv} = \frac{2N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7(3\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}} f$.

Les intervalles des verres $f + a' = \frac{4\sqrt{m}-3}{4\sqrt{m}} f$, $f' + a'' =$

$\frac{4\sqrt{m}-3}{4m} f$, $f'' + a''' = \frac{N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{14m\sqrt{m}} f$, $f''' + a^{iv} = \frac{1}{3} F^{iv}$.

La distance du lieu de l'œil au dernier verre $= \frac{\sqrt{m}+1}{2\sqrt{m}} F^{iv}$.

Le demi-diamètre de la confusion dûe à la sphéricité des verres, est (111), à cause que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, $\frac{L''}{L'H''F} = -\frac{1}{np}$, $\frac{F''}{L'L''H''F} = -\frac{1}{np^2}$, proportionnel à $\lambda = \frac{1}{H'n} \left(\frac{n'}{H'^2} + \frac{v}{L'} \right)$

$$- \frac{1}{L' H' n p} \left(\frac{\lambda''}{H' n} + \frac{1}{L'} \right) - \frac{1}{L' L'' H'' n p p'} \left(\frac{\lambda'''}{H'' n} + \frac{1}{L''} \right) + \frac{\lambda'''}{L' L'' L''' L''' n' m'}$$

Pour donner tout de suite à cette espèce de lunettes toute la perfection dont elle est susceptible, nous n'avons qu'à substituer à l'objectif simple, l'objectif à trois verres que nous avons déjà employé, & faire les autres de crown-glass; or, considérant l'objectif simple comme produisant le même effet que l'objectif composé, son ouverture est égale à celle de cet objectif, & sa distance focale $F = 1,02312 R = 0,25578 m$, la distance focale R de cet objectif composé étant $= \frac{1}{2} m$; & supposant la confusion due aux autres verres $= \frac{1}{H' n} \left(\frac{\lambda'}{H' n} + \frac{1}{L'} \right) - \&c.$, représentée par Δ , on a $\lambda_1 = 2,5022 - 0,08257 \Delta$, qui détermine le premier verre de l'objectif. Il ne s'agit donc plus que de calculer Δ . Pour pouvoir le faire, il faut au préalable trouver les valeurs de λ' , λ'' , λ''' , λ''' . Or rien n'empêche de supposer $\lambda' = 2$; & prenant le troisième, le quatrième & le cinquième verres également convexes des deux côtés, on aura, pour déterminer λ'' , λ''' & λ''' , les équations $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{1-\gamma}{2} (H'' - \frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{1-\gamma}{2} (H''' - \frac{1}{2})$, & $\sqrt{(\lambda'''' - 1)} = \frac{1-\gamma}{2}$, à cause que $f'' = \infty$.

Ayant pris $\lambda' = 2$, on aura, en substituant $L' a'$, à la place de f' , & ensuite $\frac{F'}{H'}$, à la place de a' , dans les expressions générales des rayons b' & c' des surfaces du verre qui suit l'objectif, $b' = \frac{F'}{1 - H' (1 - \gamma) - 1}$, $c' = \frac{1}{\gamma + H' (1 - \gamma) + 1}$. Quant aux rayons des faces des trois autres verres, le rayon des faces du premier $= 2 (P - 1) F''$, le rayon des faces du second $= 2 (P - 1) F'''$, le rayon des faces du troisième $= 2 (P - 1) F'''$; P étant $= 1,53$.

On observera que le demi-diamètre de l'ouverture du verre qui suit l'objectif $= \pi F' + \frac{F' k}{H' F} = \frac{2}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{4} F' - \frac{3 k}{4 \sqrt{m}}$; voyez (106);

Que le demi-diamètre de l'ouverture du second $= -\frac{k}{\sqrt{m}}$;

Que le demi-diamètre de l'ouverture du troisième $= -\frac{1}{2} F''$
 $= -\frac{k}{2m}$;

Que le demi-diamètre de l'ouverture du quatrième $= \frac{1}{2} F''$
 $+ \frac{k}{m}$;

k représente le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif.

Quoique les parties de la plupart de ces expressions soient négatives, il faut toujours les prendre positives. On observera que la seconde partie ne contribue en rien au champ apparent; on ne l'emploie que pour qu'il soit par-tout de la même clarté.

Avant de passer aux applications, il faut se rappeler que le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif $= \frac{m}{50}$, & que sa distance au verre qui le suit $= R + a' = \frac{1}{2} m - \frac{1}{4} \sqrt{m} f = \frac{1}{2} m - 0,191835 \cdot \sqrt{m}$.

180. Supposons qu'on demande les dimensions d'une lunette qui grossit 25 fois, en sorte que $m = 25$. Soit $N = 3$. On aura $n = \frac{20}{3}$, $np = 5$, $np p' = 50$; $H' = -\frac{17}{18}$, $L' = -\frac{17}{35}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{1}{4}$, $H''' = \frac{11}{3}$, $L''' = -\frac{11}{8}$.

On trouvera $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 25,0816$, $\lambda'''' = 1,60024$. Calculant ensuite Δ , on trouvera $\Delta = 5,2236$. Donc on aura $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \cdot 5,2236$, & par conséquent $\lambda 1 = 2,0709$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1,03484$.

Ainsi le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif, lequel est de crown-glass, $b = \frac{0,48154 R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$
 $= 0,63395 R = 3,96219$;

Le rayon de la surface postérieure $c = \frac{0,48154 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$
 $= 0,37627 R = 2,35169$.

La distance focale de ce verre $= 0,4455 R = 2,7844$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce premier verre de l'objectif, au milieu de l'épaisseur du second $= 0,14156$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de

DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE. 151

flintglafs, & également concave des deux côtés, = - 1,699.

Le rayon de ses faces = - 1,97081.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisieme verre de l'objectif = 0,14156.

La distance focale de ce troisieme verre, lequel est de crownglafs, & également convexe des deux côtés, = 2,74625.

Le rayon de chacune de ses faces = 2,91075.

La diametre de l'ouverture de l'objectif = 1.

La distance de l'objectif au verre qui le suit = 5,29083.

La distance focale de ce verre = 0,90575.

Le rayon de sa surface antérieure = 0,43365.

Le rayon de sa surface postérieure = - 4,48016, en sorte que ce verre forme un ménisque dont le côté convexe est tourné vers l'objectif.

Le diametre de l'ouverture de ce verre = 0,33.

La distance de ce verre au second = 1,087.

La distance focale du second verre = 0,4659.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,4938.

Le diametre de son ouverture = 0,2.

La distance de ce verre au troisieme = 2,05.

La distance focale du troisieme verre = 0,6833.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,7243.

Le diametre de son ouverture = 0,36.

La distance de ce verre au quatrieme = 0,2562.

La distance focale du quatrieme verre = 0,5125.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,543.

Le diametre de son ouverture = 0,296.

La distance de l'œil à ce verre = 0,307.

Le diametre du champ apparent = $1^{\circ} 54'$.

Longueur de la lunette = 9,27415.

181. Supposons qu'on demande les dimensions d'une lunette qui grossit 49 fois, en sorte que $m = 49$. Soit encore $N = 3$.

On aura $n = \frac{28}{3}$, $np = 7$, $np p' = 98$; $H' = -\frac{25}{24}$, $L' =$

$-\frac{25}{49}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{15}{4}$, $L''' = -\frac{15}{11}$. On trou-

vera $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 26,36532$, $\lambda'''' = 1,60024$. Faisant les substitutions dans la quantité Δ , on trouvera $\Delta = 3,18749$.

On aura donc $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \cdot 3,18749 = 2,239$,
& par conséquent $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1,1131$.

D'où l'on trouvera le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif = 8,65793, & le rayon de la surface postérieure = 4,34373.

La distance focale de ce verre = 5,4574.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif = 0,27746.

La distance focale de ce second verre = — 3,33.

Le rayon de chacune de ses faces = — 3,86279.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisième verre de l'objectif = 0,27746.

La distance focale de ce troisième verre = 5,3826.

Le rayon de chacune de ses faces = 5,70556.

Le diamètre de l'ouverture de l'objectif = 1,96.

La distance de l'objectif au verre qui le suit = 10,90716.

La distance focale de ce verre = 1,39846.

Le rayon de sa surface antérieure = 0,62771.

Le rayon de sa surface postérieure = — 4,097.

Le diamètre de son ouverture = 0,41.

La distance de ce verre au second = 1,5986.

La distance focale du second verre = 0,6851.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,7262.

Le diamètre de son ouverture = 0,28.

La distance du second verre au troisième = 2,9362.

La distance focale du troisième verre = 0,7341.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,778.

Le diamètre de son ouverture = 0,387.

La distance du troisième verre au quatrième = 0,2669.

La distance focale du quatrième verre = 0,5338.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,5658.

Le diamètre de son ouverture = 0,306.

La distance de l'œil à ce verre = 0,305.

Le diamètre du champ apparent = 1^{re} 1⁴.

La longueur de la lunette = 16,56878.

Toutes ces mesures sont en pouces.

182. Les lunettes de cette espèce ont un avantage marqué sur celles qu'on a traitées précédemment, en ce qu'elles ont un champ plus considérable. Il est possible d'augmenter cet avantage & de le porter très-loin, en mettant un plus grand nombre de verres après la dernière image. Supposons, par exemple, qu'au lieu d'en mettre deux, ainsi que nous venons de le faire, on en mette trois.

Puisque la lunette est composée de six verres, on a $m = -\frac{f f' f'' f''' f^{iv}}{a' a'' a''' a^{iv}}$. Soient $\frac{f}{c'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{iv}} = -n'''$, $\frac{f^{iv}}{a^{v}} = -n^{iv}$, $\frac{f^{v}}{a^{vi}} = -n^{v}$; & soient $n' = -p$, $n'' = -p'$; on a alors $m = n p p' n''' n^{iv}$.

On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = -\frac{L' f}{n}$, $a'' = -\frac{L' f}{n p}$, $f'' = -\frac{L' L'' f}{n p}$, $a''' = -\frac{L' L'' f}{n p p'}$, $f''' = -\frac{L' L'' L''' f}{n p p'}$, $a^{iv} = \frac{L' L'' L''' f}{n p p' n^{iv}}$, $f^{iv} = \frac{L' L'' L''' L^{iv} f}{n p p' n^{iv}}$, $a^{v} = -\frac{L' L'' L''' L^{iv} f}{n p p' n^{iv}}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{H' f}{n}$, $F'' = -\frac{L' H' f}{n p}$, $F''' = -\frac{L' L'' H'' f}{n p p'}$, $F^{iv} = \frac{L' L'' L''' H^{iv} f}{n p p' n^{iv}}$, $F^v = a^v$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{n}) f$, $f' + a'' = -\frac{L' f}{n} (1 + \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = -\frac{L' L'' f}{n p} (1 + \frac{1}{p'})$, $f''' + a^{iv} = -\frac{L' L'' L''' f}{n p p'} (1 - \frac{1}{n^{iv}})$, $f^{iv} + a^v = \frac{L' L'' L''' L^{iv} f}{n p p' n^{iv}} (1 - \frac{1}{n^v})$.

On a les mêmes observations à faire, que dans le cas précédent, au sujet des lettres n , L' , L'' , H'' , L''' , H^{iv} , n^{iv} . Il faut, pour le cinquième intervalle, que $L^{iv} (1 - \frac{1}{n^{iv}})$ soit positive; mais, pour que a^v soit positive, il faut que L^{iv} soit négative; il faut donc que n^{iv} soit plus petite que l'unité.

Le demi-diamètre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{iv}}{m - 1}$. Soient $\pi = -r \psi$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\psi$, $\pi''' = \psi$, $\pi^{iv} = -\psi$.

On aura $\phi = \frac{r + 3}{m - 1} \psi = G \psi$, G étant $= \frac{r + 3}{m - 1}$.

Pour le lieu de l'œil on a $\theta = \frac{F^v}{G m} = \frac{(m - 1) F^v}{m (r + 4)}$.

V

On a ensuite les équations, $H' r = - (1 - n) G$, $-(1 + np) G - r = 0$, $H''' = - (1 - np p') G - r$; & $\frac{H'' \alpha''' - \alpha'' + \alpha' - \alpha + 0}{\varphi} = \frac{L' L'' L''' H' r F}{F''} = np p' n''$, laquelle donne $H'' = - (1 - np p' n'') G - r - 1$, ou $H'' = np (1 + p' n'') G - 1$.

L'équation pour la destruction des couleurs $\frac{\alpha'}{\varphi F} + \frac{\alpha''}{L' \varphi F} + \frac{\alpha''' L''}{L' L'' \varphi F} + \frac{\alpha''' \alpha''}{L' L'' L''' \varphi F} - \frac{\alpha''}{m \varphi} = 0$, devient $r + \frac{1}{p p'} + \frac{1}{p p' n''} + \frac{1}{p p' n'' n''} = 0$, ou, à cause que $r = - (1 + np) G$, $- p p' n'' n'' (1 + np) G + n'' n'' + n'' + 1 = 0$, ou, $(1 + np) G = \frac{1}{p p'} (1 + \frac{1}{n''} + \frac{1}{n'' n''})$, ou, parce que $G = \frac{1}{m + np}$, $\frac{1(1 + np)}{m + np} = \frac{1}{p p'} (1 + \frac{1}{n''} + \frac{1}{n'' n''})$.

Si l'on veut que les derniers verres soient à peu-près à la même distance l'un de l'autre, on pourra supposer $n'' = \frac{1}{2}$, & $n'' = \frac{1}{2}$.

Alors l'équation précédente deviendra $\frac{1 + np}{m + np} = \frac{2}{p p'}$. Soit $np = \sqrt{m}$; on aura $p p' = 2 \sqrt{m}$; donc $p p' n'' n'' = \frac{2}{3} \sqrt{m}$. Mais $p p' n'' n'' = \frac{m}{n''}$; donc on aura $n = \frac{3 \sqrt{m}}{2}$; donc $p = \frac{2}{3}$, & $p' = 3 \sqrt{m}$. On a donc $np p' = 3 m$, $np p' n'' = \frac{1}{2} m$, $np p' n'' n'' = m$. Ainsi $H' = \frac{2 - 3 \sqrt{m}}{2(1 + \sqrt{m})}$, $L' = \frac{2 - 3 \sqrt{m}}{5 \sqrt{m}}$; soit $L'' = N$, H'' sera $= \frac{N}{1 + N}$; $H''' = \frac{3(3 \sqrt{m} + 1)}{\sqrt{m} + 1}$, $L''' = - \frac{3(3 \sqrt{m} + 1)}{2(4 \sqrt{m} + 1)}$, $H'' = \frac{7 \sqrt{m} + 4}{2(\sqrt{m} + 1)}$, $L'' = - \frac{7 \sqrt{m} + 4}{5 \sqrt{m} + 2}$.

Donc les distances focales $F = f$, $F' = \frac{3 \sqrt{m} - 2}{3(\sqrt{m} + 1) \sqrt{m}} f$, $F'' = \frac{N}{1 + N} \cdot \frac{3 \sqrt{m} - 2}{5 m} f$, $F''' = \frac{N(3 \sqrt{m} - 2)(3 \sqrt{m} + 1)}{5(\sqrt{m} + 1) m \sqrt{m}} f$, $F'' = \frac{N(3 \sqrt{m} - 2)(3 \sqrt{m} + 1)(7 \sqrt{m} + 4)}{10(4 \sqrt{m} + 1)(\sqrt{m} + 1) m \sqrt{m}} f$, $F' = \frac{3N(3 \sqrt{m} - 2)(3 \sqrt{m} + 1)(7 \sqrt{m} + 4)}{10(4 \sqrt{m} + 1)(5 \sqrt{m} + 2) m \sqrt{m}} f$.

Les intervalles des verres $f + a' = \frac{3 \sqrt{m} - 2}{3 \sqrt{m}} f$, $f' + a'' = \frac{3 \sqrt{m} - 2}{3 m} f$, $f'' + a''' = \frac{N(3 \sqrt{m} - 2)(3 \sqrt{m} + 1)}{15 m \sqrt{m}} f$, $f''' + a'' = \frac{N(3 \sqrt{m} - 2)(3 \sqrt{m} + 1)}{10(4 \sqrt{m} + 1) m \sqrt{m}} f$, $f'' + a' = \frac{1}{2} F'$.

Pour le lieu de l'œil, $\theta = \frac{\sqrt{m+1}}{3\sqrt{m}} F r$.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{2577'}{m + \sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de la confusion due à la sphéricité des verres, est, à cause que $\frac{I'}{H'F} = -\frac{1}{a}$, $\frac{F''}{L'H''F} = -\frac{1}{np}$, $\frac{I''}{L'L''H''F} = -\frac{1}{npL'}$, $\frac{F'''}{L'L''H''F} = \frac{1}{npL'}$, proportionnel à $\lambda - \frac{1}{H'a} (\frac{\lambda'}{H'a} + \frac{p}{L'}) - \frac{1}{L'L''H''np} (\frac{\lambda''}{H''a} + \frac{p}{L''}) - \frac{1}{L'L''H''H''np} (\frac{\lambda'''}{H'''a} + \frac{p}{L'''}) + \frac{1}{L'L''H''H''np} (\frac{\lambda'''}{H'''a} + \frac{p}{L'''}) - \frac{1}{L'L''H''H''np} (\frac{\lambda'''}{H'''a} + \frac{p}{L'''})$.

Si l'on veut substituer l'objectif à trois verres à l'objectif simple, considérant, pour le moment, l'objectif simple comme produisant le même effet, son ouverture est égale à celle de l'objectif composé, & sa distance focale $F = 1,02312 R = 0,25578 m$; & Δ représentant toujours la confusion due aux autres verres de la lunette, on a, pour déterminer le premier verre de l'objectif composé, $\lambda_1 = 2,5022 - 0,08257 \Delta$.

On prendra $\lambda' = 2$; & supposant les quatre derniers verres également convexes des deux côtés, on aura, pour déterminer λ'' , λ''' , λ^{iv} & λ^v , les équations $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{4} (H'' - \frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{4} (H''' - \frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda^{iv} - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{4} (H^{iv} - \frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda^v - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{4}$.

On déterminera les courbures du verre qui suit l'objectif & celles des quatre autres, par les formules données ci-dessus.

Quant aux ouvertures de ces verres, le demi-diametre de celles du verre qui suit l'objectif $= \frac{3}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{4} F' - \frac{2k}{3\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du second $= -\frac{k}{\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du troisieme $= -\frac{1}{4} F'' - \frac{k}{3m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du quatrieme $= \frac{1}{4} F''' + \frac{2k}{3m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du cinquieme $= -\frac{1}{4} F^{iv} - \frac{k}{m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif est, comme on a vu, $= \frac{m}{35}$.

Sa distance focale $R = \frac{1}{4} m$.

Et sa distance au verre qui le suit $= R + a' = \frac{1}{4} m - \frac{2f}{3\sqrt{m}} = \frac{1}{4} m - 0,17052 \sqrt{m}$.

183. Supposons qu'on demande une lunette qui grossisse 36 fois, en sorte que $m = 36$. On aura $n = 9$, $np = 6$, $np p' = 108$, $np p' h''' = 54$, $np p' h''' n'' = 36$; $H' = -\frac{8}{7}$, $L' = -\frac{8}{15}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{1}{4}$, $H''' = \frac{57}{7}$, $L''' = -\frac{57}{50}$, $H'''' = \frac{23}{7}$, $L'''' = -\frac{23}{16}$.

On trouvera $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 141,27806$, $\lambda'''' = 19,63596$, $\lambda'''' = 1,60024$. Faisant les substitutions dans la quantité Δ , on trouvera que $\Delta = 3,21555$. On aura donc $\lambda_1 = 2,5022 - 0,08257 \cdot 3,21555$, & par conséquent $\lambda_1 = 2,2367$ & $\sqrt{\lambda_1 - 1} = 1,11206$.

Ainsi le rayon de la face antérieure du premier verre de l'objectif $= \frac{0,48154 R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda_1 - 1)}} = 0,7057 R = 6,3513$.

Le rayon de la face postérieure $= \frac{0,48154 R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda_1 - 1)}} = 0,35486 R = 3,1937$.

La distance focale de ce verre $= 4,0095$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif, $= 0,20385$.

La distance focale de ce second verre, lequel est de flintglafs, $= -2,44656$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -2,83797$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisième verre de l'objectif, $= 0,20385$.

La distance focale de ce verre $= 3,9546$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 4,19184$.

Le diamètre de l'ouverture de l'objectif $= 1,44$.

La distance de l'objectif au verre qui le suit $= 7,97688$.

La distance focale de ce verre $= 1,16928$.

Le rayon de sa surface antérieure $= 0,49264$.

Le rayon de sa surface postérieure $= -2,40247$.

Le diamètre de son ouverture $= 0,452$.

La distance de ce verre au second $= 1,3642$.

La distance focale du second verre $= 0,6138$.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,65.

Le diamètre de son ouverture = 0,24.

La distance de ce verre au troisième = 2,592.

La distance focale du troisième verre = 1,111.

Le rayon de chacune de ses faces = 1,1776.

Le diamètre de son ouverture = 0,568.

La distance de ce verre au quatrième = 0,1555.

La distance focale du quatrième verre = 1,022.

Le rayon de chacune de ses faces = 1,0833.

Le diamètre de son ouverture = 0,5376.

La distance de ce verre au cinquième = 0,2235.

La distance focale de ce dernier verre = 0,6705.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,71.

Le diamètre de son ouverture = 0,37.

La distance de l'œil à ce verre = 0,26.

Le diamètre du champ apparent = $1^{\circ} 59'$.

La longueur de la lunette = 12,97978.

184. On demande les dimensions d'une lunette qui grossit 49 fois, en sorte que $m = 49$. Alors $n = \frac{31}{2}$, $np = 7$, $np p' = 147$, $np p' n'' = \frac{147}{2}$, $np p' n'' n''' = 49$; $H' = -\frac{19}{16}$, $L' = -\frac{19}{35}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{1}{4}$, $H''' = \frac{11}{4}$, $L'' = -\frac{11}{29}$, $H''' = \frac{13}{16}$, $L''' = -\frac{13}{37}$.

On trouve donc $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 145,2401$, $\lambda''' = 19,99607$, $\lambda'' = 1,60024$. Calculant la quantité Δ , on trouvera $\Delta = 2,60496$; ainsi on aura $\lambda_1 = 2,5022 - 0,08257 \times 2,60496$, &c par conséquent $\lambda_1 = 2,2871$ &c $\sqrt{(\lambda_1 - 1)} = 1,1345$.

On trouvera donc le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif = 8,9388, &c le rayon de la surface postérieure = 4,27635.

La distance focale de ce verre = 5,4574.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif, = 0,27746.

La distance focale de ce second verre = -3,33.

Le rayon de chacune de ses faces = -3,86279.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisième verre de l'objectif, = 0,27746.

La distance focale de ce troisième verre = 5,3826.

Le rayon de chacune de ses faces = 5,70556.

Le diamètre de l'ouverture de l'objectif = 1,96.

La distance de l'objectif au verre qui le suit = 11,05636.

La distance focale de ce verre = 1,4174.

Le rayon de sa surface antérieure = 0,58152.

Le rayon de sa surface postérieure = -2,5739.

Le diamètre de son ouverture = 0,49.

La distance de ce verre au second = 1,61994.

La distance focale du second verre = 0,7289.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,7726.

Le diamètre de son ouverture = 0,28.

La distance de ce verre au troisième = 3,0547.

La distance focale du troisième verre = 1,1456.

Le rayon de chacune de ses faces = 1,2143.

Le diamètre de son ouverture = 0,586.

La distance de ce verre au quatrième = 0,158.

La distance focale du quatrième verre = 1,047.

Le rayon de chacune de ses faces = 1,1098.

Le diamètre de son ouverture = 0,55.

La distance de ce verre au dernier = 0,2263.

La distance focale du dernier verre = 0,6789.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,7196.

Le diamètre de son ouverture = 0,3794.

La distance de l'œil à ce verre = 0,258.

Le diamètre du champ apparent = $1^{\circ} 32'$.

La longueur de la lunette = 16,92822.

Il est presque inutile d'avertir que toutes ces mesures sont en pouces.

185. On demande les dimensions d'une lunette qui grossit 64 fois: $m = 64$; $n = 12$, $np = 8$, $npf' = 192$, $npf'n'' = 96$, $npf'n''n'' = 64$; $H' = -\frac{11}{9}$, $L' = -\frac{11}{10}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{1}{2}$.

$H''' = \frac{25}{3}$, $L''' = -\frac{25}{22}$, $H'' = \frac{10}{3}$, $L'' = -\frac{10}{7}$.

On trouve $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 148,35748$, $\lambda'' = 20,278537$.

DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE. 159

$\lambda' = 1,60024$. Calculant Δ , on trouve $\Delta = 2,18786$; donc on aura $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 \cdot 2,18786$, & par conséquent $\lambda 1 = 2,3216$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1,1496$.

Ainsi le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif = $11,94848$, & le rayon de la surface postérieure = $5,52496$.

La distance focale de ce verre = $7,128$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif, = $0,3624$.

La distance focale de ce second verre = $-4,34944$.

Le rayon de chacune de ses faces = $-5,04528$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisième verre de l'objectif, = $0,3624$.

La distance focale de ce troisième verre = $7,0304$.

Le rayon de chacune de ses faces = $7,45216$.

Le diamètre de l'ouverture de l'objectif = $2,56$.

La distance de l'objectif au verre qui le suit = $14,63584$.

La distance focale de ce verre = $1,6673$.

Le rayon de la surface antérieure de ce verre = $0,6703$.

Le rayon de sa surface postérieure = $-2,7765$.

Le diamètre de son ouverture = $0,5258$.

La distance de ce verre au second = $1,8757$.

La distance focale du second verre = $0,8441$.

Le rayon de chacune de ses faces = $0,8947$.

Le diamètre de son ouverture = $0,32$.

La distance du second verre au troisième = $3,517$.

La distance focale du troisième verre = $1,1723$.

Le rayon de chacune de ses faces = $1,2426$.

Le diamètre de son ouverture = $0,598$.

La distance de ce verre au quatrième = $0,1599$.

La distance focale du quatrième verre = $1,0657$.

Le rayon de chacune de ses faces = $1,1296$.

Le diamètre de son ouverture = $0,558$.

La distance de ce verre au dernier = $0,2284$.

La distance focale de ce dernier verre = $0,6852$.

Le rayon de chacune de ses faces = $0,7263$.

Le diamètre de son ouverture = $0,382$.

La distance de l'œil à ce verre = 0,257.

Le diamètre du champ apparent = $1^{\circ} 11'$.

La longueur de la lunette = 21,3986.

CHAPITRE IV.

Des Microscopes.

186. **L**E Microscope est un instrument de Dioptrique avec lequel on peut voir clairement & distinctement les objets proches, beaucoup plus grands qu'on ne les verrait à la vue simple. Cet instrument est composé d'un ou de plusieurs verres ayant même axe. Lorsqu'il n'est formé que d'un seul verre, on le nomme microscope simple; & quand il est composé de plusieurs, on le nomme microscope composé.

187. Une lentille convexe de verre d'un foyer très-court, forme le microscope simple. On donne assez communément le nom de *Loupe* à cette lentille. L'objet se place, comme on fait, au foyer de ce microscope. Une petite sphere de verre ou d'eau forme aussi un microscope dont on se sert assez avantageusement. On place l'objet à la distance de cette sphere, égale au quart de son diamètre.

188. Ce microscope devant être d'un foyer très-court, & par conséquent former une très-petite lentille, quand on veut qu'il grossisse beaucoup, devient alors d'un usage difficile, tant parce qu'il exige que l'œil & l'objet en soient extrêmement proches, que parce que cette grande proximité de l'objet est cause qu'il est très-difficile, même souvent impossible de l'éclairer autant qu'il serait nécessaire. Ces inconvéniens ne se rencontrent point dans le microscope composé, dont la construction va maintenant nous occuper. Commençons par quelques observations.

189. On observera d'abord que, pour que l'objet s'apperceive distinctement, il faut que le microscope le représente comme s'il existait à la distance juste de l'œil. Et comme un œil bien constitué.

constitué voit distinctement à une distance considérable, on pourra traiter cette distance comme infinie, ainsi qu'on l'a fait dans les lunettes. D'où l'on voit que les verres doivent être disposés de maniere que les rayons partis de chaque point de l'objet, sortent paralleles du dernier.

190. On observera encore qu'on entend par amplification, dans ces instrumens, le nombre de fois qu'ils font paraître l'objet plus grand que si on le voyait à la vue simple, à une certaine distance qu'on estime, pour les vues ordinaires, d'environ huit pouces; enfin que le champ apparent n'est autre chose que la quantité même de l'objet qu'on apperçoit, dont on a représenté le demi-diametre par γ .

191. Mr. Euler divise les microscopes composés, comme les lunettes, en trois especes. Ceux dans lesquels il n'y a point d'image réelle, forment la premiere; ceux dans lesquels il y en a une, forment la seconde; & la troisieme est composée de ceux qui en ont deux. Les microscopes de la premiere & de la troisieme espece représentent les objets droits, ceux de la seconde les représentent renversés. Ces derniers sont les seuls dont nous parlerons, comme possédant les meilleures qualités. Nous les supposerons composés de trois verres entre le second & le troisieme desquels tombe l'image.

Puisqu'on a trois verres, on a (43) $m = - \frac{f'f''}{a'a''} \cdot \frac{E}{a}$. Mais, dans le cas présent, n qui marque la distance juste, $= \infty$, & $f'' = \infty$; on a donc $m = - \frac{f'}{a'a''} \cdot \frac{E}{a}$. Soient $\frac{f'}{a'} = -p$ & $\frac{f'}{a''} = p'$; alors $m = p p' \cdot \frac{E}{a}$.

On aura donc $a' = -\frac{f}{p} = -\frac{L a}{p}$, $f' = L' a' = -L L' \cdot \frac{a}{p}$, $a'' = \frac{f'}{p'} = -L L' \cdot \frac{a}{p p'}$.

Les intervalles $f + a' = L a (1 - \frac{1}{p})$, $f' + a'' = -\frac{L L' a}{p} (1 + \frac{1}{p'})$.

Les distances focales $F = H a$, $F' = H' a' = -\frac{L H' a}{p}$, $F'' = H'' a'' = a''$ parce que, comme $f'' = L'' a'' = \infty$, $L'' = \infty$, & par conséquent $H'' = 1$.

Comme les intervalles entre les verres doivent être positifs, il faut, pour le premier, que $L(1 - \frac{1}{p})$ soit une quantité positive; & pour le second, que L' soit une quantité négative. Si donc L est un nombre positif, p doit être un nombre plus grand que l'unité, & L' négatif; & si L est négatif, il faut que p soit plus petit que l'unité, & que L' soit positif.

Le demi-diamètre de la portion visible de l'objet $\zeta = a\phi = \frac{(\pi' - \pi)ag}{-ma - g} = \frac{(\pi - \pi')ag}{ma + g}$. Représentons par Ψ la valeur la plus grande dont π & π' sont susceptibles, & faisons $\pi = r\Psi$, $-\pi' = r'\Psi$. On aura $\zeta = \frac{r+r'}{ma+g} \cdot ag\Psi = G a\Psi$, en faisant $\frac{r+r'}{ma+g} g = G$. Si l'on fait l'oculaire également convexe des deux côtés, on pourra prendre $r' = 1$.

La distance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{H'' a'' \pi'}{\pi' - \pi + \phi} = \frac{a'' \pi'}{\pi' - \pi + \phi}$. Mais $a'' = \frac{L L' a \phi}{\pi' - \pi + \phi}$, ce qui donne $\frac{1}{\pi' - \pi + \phi} = \frac{a''}{L L' a \phi}$. Donc $\theta = \frac{a''}{L L' a \phi} \cdot a'' \pi' = \frac{F''}{G a} \cdot \frac{g}{m}$. Pour que cette distance soit positive, il faut que F'' soit positive, & par conséquent que $L L'$ soit une quantité négative, ainsi qu'on l'a observé.

Comme on connoît L' si-tôt qu'on a H' , on prendra la formule $H' \pi - \phi = \frac{L H' a \phi}{F'} = \frac{L a \phi}{a'} = -p \phi$, d'où l'on déduit $H' r = (1 - p) G$.

L'équation pour la destruction des couleurs, dans le cas de trois verres (82) devient $-\frac{r}{p} + \frac{r'}{p p'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{r'}{r} = \frac{1}{r}$, à cause de $r' = 1$; donc $r = \frac{1}{p'}$. Si l'on prend $p' = 1$, le microscope aura le plus grand champ possible, dont le demi-diamètre sera alors $\zeta = \frac{a a g \Psi}{ma + g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{a a g}{ma + g}$. Dans la même supposition, $p = \frac{ma}{g}$; ainsi, comme p est plus grand que l'unité, L sera positif; il faut donc que L' soit négatif, & c'est ce qui arrive en effet, puisque H' est négatif. On trouve que $H' = (1 - p) G = -\frac{a(ma - g)}{ma + g}$; en sorte que $\frac{ma}{g}$ étant un nombre

très-grand, H' fera, à peu de chose près, $= -2$, & par conséquent $L' = \frac{H'}{1-H'} = -\frac{2}{3}$. On pourra s'en tenir à la supposition de $H' = -2$; car, quoiqu'alors r se trouve un peu plus petite que l'unité, & qu'ainsi les couleurs ne soient pas parfaitement détruites, p' demeurant $= 1$, cependant le champ n'y perdra pas sensiblement, surtout lorsque l'instrument amplifie beaucoup; & il n'est nullement nécessaire que les couleurs soient entièrement détruites, parce que le lieu de l'œil souffre une latitude très-sensible.

Puisque $H' = -2$, $L' = -\frac{2}{3}$, $p = \frac{m a}{g}$ & $p' = 1$, les intervalles des verres seront $f + a' = L a (1 - \frac{g}{m a})$, $f' + a'' = \frac{4}{3} \cdot \frac{L g}{m}$;

Les distances focales $F = H a$, $F' = \frac{2 L g}{m}$, $F'' = \frac{2}{3} \cdot \frac{L g}{m} = \frac{1}{3} F'$;

La distance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{F''(m a + g)}{2 m a} = \frac{L(m a + g) g}{3 m^2 a}$, & par conséquent, à peu de chose près, $\theta = \frac{L g}{3 m} = \frac{1}{2} F''$.

Ainsi la longueur de l'instrument $= L a + \frac{2 L g}{3 m}$.

L demeure toujours indéterminée, en sorte qu'on est absolument le maître de la prendre telle qu'on jugera à propos, pourvu qu'on la prenne positive.

L'expression du demi-diamètre de la confusion, dans le cas de trois verres (45), devient, à cause de $L'' = \infty$, $H'' = 1$, $H' = -2$, $L' = -\frac{2}{3}$, $\frac{a'}{L a} = -\frac{g}{m a}$, $\frac{a''}{L' a'} = -\frac{g}{m a}$,

$\frac{\mu m k^3}{4 a^2 g} \left(\frac{\lambda}{H'} + \frac{r}{H k} + \frac{r}{L' m a} \left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{1}{4} \right) + \frac{27 \lambda'' g}{8 L' m a} \right)$. Soit $\frac{1}{4 q^2}$

la limite que la valeur de cette expression ne doit jamais passer, on aura, à cause de $H = \frac{F}{a}$, $\frac{\mu m a k^3}{F^2 g} \left(\lambda + \frac{H^2 r}{L} + \right.$

$\left. \frac{H^3 g}{L m a} \left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{1}{4} \right) + \frac{27 H^3 g \lambda''}{8 L' m a} \right) = \frac{1}{q^2}$.

Puisqu'on suppose $r = r' = 1$, le second & le troisième verre doivent être également convexes des deux côtés; ainsi $\lambda' = 1 + \left(\frac{g-2}{2g} \right)^2 (1-2 H')^2 = 1 + 25 \left(\frac{g-2}{2g} \right)^2$, $\lambda'' = 1 +$

$(\frac{\delta-\gamma}{\lambda})^2$. A l'égard de λ , il convient de le prendre égal à l'unité. Soit, pour abréger, $1 + \frac{H^2 \gamma}{L} + \frac{H^2 g}{L^2 m a} (\frac{\lambda^2}{8} - \frac{\gamma^2}{4}) + \frac{27 H^2 g \lambda^6}{8 L^2 m a} = M$ dont la valeur surpassera peu l'unité, pourvu qu'on prenne pour L un nombre médiocre. Comme μ est toujours un nombre qui diffère peu de l'unité, on pourra donc prendre $\mu M = 1$; ainsi on aura $\frac{m a k^3}{F^3 g} = \frac{1}{q^3}$, & par conséquent $k = \frac{F}{q} \sqrt[3]{\frac{g}{m a}}$. On aura donc le demi-diamètre de l'objectif. On pourra supposer $q = 10$, & même à un nombre plus grand, afin d'avoir plus de netteté.

Représentant le degré de clarté par le demi-diamètre du faisceau de rayons, à son entrée dans l'œil (50), on a, en général, $\gamma = \frac{g k}{m a}$; donc ici $\gamma = \frac{F g}{q m a} \sqrt[3]{\frac{g}{m a}}$. Ainsi, comme lorsque γ est égal au demi-diamètre de la prunelle qui est d'environ $\frac{1}{20}$ de pouce, la clarté est pleine & entière, & précisément celle dont on jouit en regardant l'objet à la vue simple, si on représente ce degré de clarté par l'unité, le degré de clarté avec lequel on aperçoit l'objet au travers du microscope, ou la mesure de la clarté, $= \frac{20 F g}{q m a} \sqrt[3]{\frac{g}{m a}}$. Au reste, on observera que ce n'est pas précisément par cette quantité, mais par son carré, que la clarté est vraiment représentée.

Quant à l'indéterminée L , on observera de la prendre d'une grandeur telle que la distance focale de l'oculaire ne se trouve pas trop petite, que le microscope ne soit pas trop long, & que pour diminuer sa longueur on ne soit pas obligé de prendre a trop petite. On pourra prendre $L = 50$; ainsi $H = \frac{50}{\gamma}$, en sorte que la distance focale de l'objectif sera un peu plus petite que la distance de l'objet a , qu'il paraît qu'on peut fixer, abstraction faite des circonstances particulières, à un demi-pouce. Il résultera encore de la supposition qui vient d'être faite, que la valeur de la lettre M approchera beaucoup de l'unité, les deux derniers termes de cette valeur pouvant être considérés comme nuls, à cause de leur extrême petitesse.

192. Voyons actuellement quelles seront les dimensions du Microscope.

Comme on a supposé $\lambda = 1$, les rayons des faces de l'objectif $b = \frac{af}{\gamma f + \delta a}$, $c = \frac{af}{\gamma a + \delta f}$. Substituant, pour f , sa valeur La , ensuite $\frac{H}{1-H}$ à la place de L , & au lieu de a sa valeur $\frac{F}{H}$, ils deviendront $b = \frac{F}{\delta - H(\delta - \gamma)}$, $c = \frac{F}{\gamma + H(\delta - \gamma)}$.

Si l'on fait cet objectif, ainsi que les deux autres verres, avec le verre commun, dans lequel $P = 1,55$, alors, δ étant $= 1,6274$ & $\gamma = 0,19078$, on trouve $b = \frac{F}{0,2194} = 4,5579 F$, $c = \frac{F}{1,5987} = 0,6255 F$; donc, la distance focale F étant $= \frac{50}{51} a$, le rayon de la surface antérieure de l'objectif $= 4,4668 a$, & le rayon de la surface postérieure $= 0,6130 a$. Prenant $g = 8$, & $q = 20$, on trouve le demi-diamètre de l'ouverture de ce verre $k = \frac{0,098 \cdot a}{\sqrt{m a}}$.

Sa distance au second verre $= 50 a - \frac{400}{m}$ pouces.

Comme le second verre est également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces $= 2(P-1)F' = \frac{880}{m}$ pouces, la distance focale de ce verre F' étant $= \frac{800}{m}$ pouces.

Le demi-diamètre de son ouverture $= \frac{1}{4} F' = \frac{200}{m}$ pouces.

La distance de ce verre au troisième $= \frac{133}{m}$ pouces.

La distance focale du troisième verre $F'' = \frac{267}{m}$ pouces; ainsi ce verre étant également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces $= 2(P-1)F'' = \frac{294}{m}$ pouces.

Le demi-diamètre de son ouverture $= \frac{1}{4} F'' = \frac{67}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{131}{m}$ pouces.

La longueur du microscope $= 50 \cdot a + \frac{266}{m}$ pouces.

Le demi-diamètre de la portion visible de l'objet $= \frac{4a}{m a + 8}$ pouces.

Enfin, la mesure de la clarté $= \frac{16}{m \sqrt[3]{m a}}$.

193. On doit remarquer que l'objectif ne dépend que de la distance a de l'objet, & qu'il peut servir, quelle que soit l'amplification, mais que les deux autres verres dépendent uniquement de l'amplification, en sorte qu'on est obligé de changer ces verres suivant le grossissement qu'on veut avoir. Au reste, cela n'est pas tellement nécessaire qu'on ne puisse amplifier l'objet à volonté, en employant les trois mêmes verres, ainsi que le fait voir M. Euler. Supposons, dit ce grand Géomètre, qu'on veuille, avec trois verres convexes dont le dernier ait un foyer trois fois plus court que le second, construire un microscope qui amplifie à volonté.

Soit F la distance focale de la lentille objective, F' celle du second verre, $F'' = \frac{1}{3} F'$ celle de l'oculaire; ces distances focales sont positives, & elles sont données ensemble avec l'amplification m . Les deux dernières donnent $L = \frac{m F'}{2g}$, & par conséquent $H =$

$$\frac{m F'}{m F' + 2g}$$

Le premier verre donne la distance de l'objet $a = \frac{F}{H} = \frac{m F' + 2g}{m F'} F = F \left(1 + \frac{2g}{m F'} \right)$, en sorte que cette distance est toujours un peu plus grande que la distance focale de l'objectif.

L'intervalle entre l'objectif & le second verre $= \frac{(m F' + 2g) F - g F'}{2g}$.

Ainsi cet intervalle dépend principalement de l'amplification m . On pourra éviter l'inconvénient de l'avoir trop grand, en prenant F & F' aussi petites que la pratique peut le permettre. L'intervalle entre le second verre & l'oculaire, $= 2 F'' = \frac{2}{3} F'$.

Pour que ces verres donnent le même champ, & que la clarté soit la même que ci-dessus, il faut 1°. que le rayon de la surface antérieure de l'objectif soit six à sept fois plus grand que celui de la face postérieure; 2°. que les deux autres verres soient également convexes des deux côtés.

Le demi-diamètre de la partie visible de l'objet $\chi = \frac{g}{2m} \cdot \frac{(m F' + 2g) F}{(m F' + 2g) F + g F''}$

La distance de l'œil à l'oculaire $= \frac{1}{2} F''$, à très-peu près.

Le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif $k = \frac{F}{q} \sqrt{\frac{gF'}{(mF' + 2g)F}}$, où l'on doit observer que plus on prendra q au dessus de 20, moins il y aura de confusion.

La mesure de la clarté $= \frac{20gF'}{(mF' + 2g)q} \sqrt{\frac{gF'}{(mF' + 2g)F}}$. La clarté sera donc d'autant plus grande que la distance focale F sera plus petite. De plus, la clarté est proportionnelle à $\left(\frac{F'}{mF' + 2g}\right)^{\frac{3}{2}}$, en sorte qu'il ne faut pas faire F' trop petite.

Enfin le demi-diamètre de l'ouverture du diaphragme, qu'il faut placer au lieu de l'image, $= LL'\zeta = \frac{1}{2} L\zeta = \frac{1}{2} F'' \times \frac{(mF' + 2g)F}{(mF' + 2g)F + gF'}$.

194. Supposons trois verres tels, 1^o., que la distance focale F de l'objectif soit de $\frac{1}{2}$ pouce, & que le rayon de la surface antérieure soit six à sept fois plus grand que celui de la surface postérieure; 2^o., que la distance focale F' du second verre également convexe des deux côtés, soit de 1 pouce, en sorte que le demi-diamètre de son ouverture soit de $\frac{1}{2}$ de pouce; 3^o., que la distance focale F'' de l'oculaire, qu'on suppose aussi également convexe des deux côtés, soit de $\frac{1}{2}$ de pouce, & dont par conséquent le demi-diamètre de l'ouverture est de $\frac{1}{4}$ de pouce. On va voir que certaines parties du microscope qu'on formera avec ces verres, ne dépendent point de l'amplification, tandis que d'autres en dépendent absolument.

Premièrement la distance de l'oculaire au second verre sera toujours de $\frac{1}{2}$ de pouce, pour les yeux bien constitués, en sorte que l'oculaire est éloigné de l'image de $\frac{1}{2}$ de pouce, c'est-à-dire, de sa distance focale. Il faudra, en faveur des myopes & des presbytes, rendre cet intervalle susceptible de changement, par le secours d'une vis au moyen de laquelle on puisse rapprocher ou éloigner l'oculaire du second verre, d'environ un quarantième de pouce.

Secondement la distance de l'œil à l'oculaire pourra être supposée constamment $= \frac{1}{2} F'' = \frac{1}{2}$ de pouce. Car quoiqu'elle dépende un peu de l'amplification, & qu'elle doive être un peu

plus grande, il n'y a nul inconvénient à la prendre toujours de la quantité qu'on vient de lui assigner, parce que le lieu de l'œil n'exige pas une si grande précision.

Les parties qui varient suivant le grossissement, sont :

1°. La distance de l'objet à la lentille objective, laquelle est, dans le cas présent, $a = \frac{1}{2} + \frac{8}{m}$ pouce, en prenant g de 8 pouces, en sorte que cette distance est toujours plus grande que $\frac{1}{2}$.

2°. L'intervalle entre l'objectif & le second verre $= \frac{m}{32}$ pouce.

Il dépend donc entièrement de l'amplification. D'où il suit que pour pouvoir produire le changement que cet intervalle doit éprouver relativement au grossissement qu'on peut se proposer, il faut faire porter la lentille objective par un tuyau particulier.

3°. L'ouverture de la lentille objective dépend encore principalement de l'amplification ; car son demi-diamètre k sera $= \frac{1}{20} \sqrt{\frac{2}{m+16}}$ pouces, q ayant été pris $= 20$. Il est évident que si on prend k plus petite, la confusion diminue en raison triplée.

4°. Si on veut placer un diaphragme à l'endroit où tombe l'image, c'est-à-dire, à distance égale du second verre & de l'oculaire, il faut que le demi-diamètre de son ouverture $= \frac{1}{6} \cdot \frac{m+16}{m+32}$.

Si donc l'amplification est très-grande, ce demi-diamètre sera d'environ $\frac{1}{4}$ de pouce, & par conséquent son diamètre de $\frac{1}{2}$ de pouce, mesure que M. Euler estime pouvoir servir lorsqu'on veut l'objet moins amplifié, en sorte qu'il ne sera nullement nécessaire de changer de diaphragme.

5°. Quant au petit trou auquel il faut appliquer l'œil, on n'aura qu'à le faire d'un demi-diamètre égal à y , c'est-à-dire, à $\frac{16k}{m+16}$; en sorte que, dans le cas de $m = 112$, son demi-diamètre serait $= \frac{1}{44}$ de pouce. Comme un trou aussi petit serait à peine sensible, on sera certainement obligé de le faire plus grand, ne se permettant toutefois de le faire que le moins grand possible. Il en doit être de même dans les autres cas.

Le demi-diamètre z de la portion de l'objet qu'on appercevra, sera $= \frac{4}{m} \cdot \frac{m+16}{m+32}$ pouces, & par conséquent, dans les ampli-

fications

fications considérables, il sera $= \frac{4}{m}$ pouces, ce qui fait une étendue assez passable.

Enfin, la mesure de la clarté avec laquelle on verra les objets, sera $= \frac{320 \cdot k}{m+16} = \frac{16}{m+16} \sqrt{\frac{2}{m+16}}$, au carré de laquelle, à proprement parler, la clarté doit être censée proportionnelle. Si l'on veut voir l'objet grossi 500 fois, on trouve que la clarté avec laquelle on l'aperçoit est 0,00002372 de la clarté avec laquelle on le voit à la vue simple. Si donc on le suppose éclairé par le soleil, comme la lumière de la pleine lune est la 300000^e partie de celle du soleil, suivant les expériences de M. Bouguer, ou la 0,000003333, la clarté avec laquelle on aperçoit l'objet, avec le microscope, est plus de 7 fois plus grande que celle de la pleine lune.

195. Si l'on trouve que la clarté ne soit pas assez grande, en sorte qu'on ne puisse faire amplifier ce microscope autant qu'on le désirerait, on pourra l'augmenter considérablement, en substituant à l'objectif deux ou trois verres convexes extrêmement voisins l'un de l'autre; supposons-en trois. Comme alors

on a cinq verres, $m = -\frac{f f' f'' f''' f^{(4)}}{a a' a'' a''' a^{(4)}} \cdot \frac{k}{n}$, ou, à cause que $n = \infty$, & $f^{(4)} = \infty$, $m = -\frac{f f' f'' f'''}{a a' a'' a'''} \cdot \frac{k}{a}$. Soient $\frac{f}{a} = -p$, $\frac{f'}{a'} = -p'$, $\frac{f''}{a''} = -p''$, & $\frac{f'''}{a'''} = p'''$, l'image tombant entre le quatrième & le cinquième verres. Alors $m = p p' p'' p''' \cdot \frac{k}{a}$,

& $p p' p'' p''' = \frac{m a}{k}$.

Ainsi on aura $a' = -\frac{f}{p} = -\frac{L a}{p}$, $f' = L' a' = -\frac{L L' a}{p}$, $a'' = -\frac{f'}{p'} = \frac{L L' a}{p p'}$, $f'' = L'' a'' = \frac{L L' L'' a}{p p'}$, $a''' = -\frac{f''}{p''} = -\frac{L L' L'' a}{p p' p''}$, $f''' = L''' a''' = -\frac{L L' L'' L''' a}{p p' p''}$, $a^{(4)} = \frac{f'''}{p'''} = \frac{L L' L'' L''' a}{p p' p''}$.

Les intervalles entre les verres $f + a' = L a \left(1 - \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = -\frac{L L' a}{p} \left(1 - \frac{1}{p'}\right)$, $f'' + a''' = \frac{L L' L'' a}{p p'} \left(1 - \frac{1}{p''}\right)$,

Y

$f^m + a^{ir} = -\frac{L L' L'' L''' a}{p p' p'' p'''} \left(1 + \frac{1}{p'''}\right)$. Les deux premiers intervalles devant être très-petits, les deux lettres p & p' doivent être très-peu différentes de l'unité.

Les distances focales $F = H a$, $F' = H' a' = -\frac{L H' a}{p p'}$,
 $F'' = H'' a'' = \frac{L L' H'' a}{p p'}$, $F''' = H''' a''' = -\frac{L L' L'' H''' a}{p p' p''}$,
 $F^{ir} = a^{ir} = -L L' L'' L''' \cdot \frac{g}{m}$.

Le demi-diamètre de la portion visible de l'objet $z = a \varphi = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi - \pi) a g}{-m a - g} = \frac{(\pi - \pi' + \pi'' - \pi''') a g}{m a + g}$. Soient $\pi = r \Psi$,
 $-\pi' = r' \Psi$, $\pi'' = r'' \Psi$, $-\pi''' = r''' \Psi$, Ψ représentant la plus grande valeur dont les lettres π sont susceptibles, c'est-à-dire, $\frac{1}{4}$. On aura $z = \frac{r + r' + r'' + r'''}{m a + g} a g \Psi = G a \Psi$, en faisant $\frac{r + r' + r'' + r'''}{m a + g} g = G$. Mais les deux derniers verres étant également convexes des deux côtés, r'' & r''' sont égales à l'unité, & on va voir, dans le moment, qu'à cause que p & p' sont très-peu différentes de l'unité, r & r' sont si petites qu'on peut les négliger. Ainsi le demi-diamètre de la portion visible de l'objet $z = \frac{2 a g}{m a + g} \Psi$, & $G = \frac{2 g}{m a + g}$.

La distance de l'œil à l'oculaire $\theta = -\frac{\pi'' F^{ir}}{a \varphi} \cdot \frac{g}{m} = \frac{F^{ir}}{G a} \cdot \frac{g}{m} = \frac{1}{2} F^{ir} \left(1 + \frac{g}{m a}\right) = \frac{1}{2} F^{ir}$, à très-peu près.

On a ensuite les formules, $H' \pi - \varphi = \frac{L H' a \varphi}{F'} = \frac{L H' a \varphi}{H' a'} = \frac{L a \varphi}{a'}$
 $= -p \varphi$, $H'' \pi' - \pi + \varphi = \frac{L L' H'' a \varphi}{F''} = \frac{L L' a \varphi}{a''} = p p' \varphi$, $H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi = \frac{L L' L'' H''' a \varphi}{F'''} = \frac{L L' L'' a \varphi}{a'''} = -p p' p'' \varphi$. La première & la seconde donnent $H' r = (1 - p) G$, & $-H'' r' = (p p' - 1) G + r$. Puisque p & p' sont presque égales à l'unité, r & r' sont donc extrêmement petites, en sorte qu'on pourra négliger ces équations. La troisième donne $H''' = -(p p' p'' - 1) G = -\frac{2(m a - g p'')}{p''(m a + g)}$, & par conséquent, dans les grandes amplifications, $H''' = -\frac{2}{p''}$.

L'équation pour la destruction des couleurs, dans le cas de cinq verres (84), devient $-\frac{r}{p} - \frac{r'}{p'} - \frac{r''}{p'p''} + \frac{r'''}{p'p''p'''} = 0$, dont les deux premiers termes peuvent être négligés à cause de l'extrême petitesse de r & r' , en sorte que r'' & r''' étant = 1, elle se réduit à $-1 + \frac{1}{p'''} = 0$, ce qui donne $p''' = 1$. On aura donc $H''' = -1$, & $L''' = -\frac{1}{3}$.

Les distances focales seront donc $F = Ha$, $F' = -\frac{LH'a}{p}$, $F'' = \frac{L'L''a}{p'p''}$, $F''' = \frac{2LL'L''a}{p'p''p'''} = 2LL'L'' \cdot \frac{g}{m}$, $F'' = \frac{1}{3}LL'L'' \cdot \frac{g}{m} = \frac{1}{3}F'''$. Les verres étant tous convexes, H doit être positive, LH' négative, $LL'H''$ positive, & $LL'L''$ aussi positive.

L'intervalle entre le quatrième & le cinquième verre $f''' + a''' = \frac{4}{3}LL'L'' \cdot \frac{g}{m} = 2F''$.

L'expression du demi-diamètre de la confusion, dans le cas de cinq verres, devient, à cause de $L''' = \infty$, $H''' = 1$, $H'' = -2$, $L''' = -\frac{1}{3}$, $\frac{a'}{L'a} = -\frac{1}{p}$, $\frac{a''}{L'a} = \frac{1}{p'}$, $\frac{L'L''a}{L'L'a} = -\frac{1}{p'p''}$, $\frac{a'''}{L'L''L'''a} = -\frac{g}{m}$, $\frac{\mu m}{4a^3g} \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\gamma}{HL} - \frac{1}{L^3p} \left(\frac{\lambda'}{H^3} + \frac{\gamma}{L'H'} \right) + \frac{1}{L^3L''p'} \left(\frac{\lambda''}{H^3} + \frac{\gamma}{L'H''} \right) + \frac{1}{8L^3L''L'''} \left(\frac{\lambda'''}{H^3} + \frac{\gamma}{L'H'''} \right) \right)$; supposant que $\frac{1}{4q}$ représente la limite de la valeur de cette expression, on aura $\frac{\mu m k^3}{a^3g} \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\gamma}{LH} - 8c. \right) = \frac{1}{q^3}$, équation au moyen de laquelle on déterminera l'ouverture du premier verre.

Chacun des deux derniers verres devant être également convexes des deux côtés, cette condition donnera λ''' & λ'' . Quant à λ , λ' , λ'' , comme on doit faire en sorte que le premier membre de l'équation ait la plus petite valeur possible, il faudra supposer chacun d'eux égal à l'unité. On observera que la quantité $LL'L''$ doit toujours passer une certaine limite, dans la crainte que, pour les grossissemens considérables, les deux derniers verres ne se trouvent trop petits. C'est pourquoi, comme cette quantité doit être positive, supposons-la = N , en sorte qu'on puisse considérer N comme un nombre donné; des-lors les deux der-

niers termes de ce premier membre, sont déterminés par eux-mêmes. Il ne reste donc plus que les trois premiers, qu'il faut chercher à rendre les plus petits possibles, observant qu'on peut écrire l'unité à la place des lettres p & p' . Or on obtiendra assez ce qu'on cherche en prenant égales entr'elles les trois quantités H , $-LH'$ & $L'L''$, en sorte que les distances focales F , F' , F'' ne diffèrent d'être égales qu'autant que les lettres p & p' sont différentes de l'unité. L'égalité des deux premières quantités donne $H' = -\frac{H}{L} = -\frac{1}{L+1}$; donc $L' = \frac{H'}{1-H'} = -\frac{1}{L+2}$. L'égalité de la seconde & de la troisième donne $H'' = -\frac{H'}{L'} = -\frac{L+2}{L+1}$; donc $L'' = -\frac{L+2}{2L+3}$. Comme on a $L'L''L''' = N$, on peut déterminer toutes ces lettres en N . On trouvera $L = \frac{3N}{1-2N}$, $H = \frac{3N}{1+N}$, $L' = -\frac{1-2N}{2-N}$, $H' = -\frac{1-2N}{1+N}$, $L'' = -\frac{2-N}{3}$, $H'' = -\frac{2-N}{1+N}$. Substituant dans l'équation ci-dessus, elle devient $\lambda, \lambda', \lambda''$ étant = 1, $\frac{\mu m k^3}{a^3 g} \left(\frac{(1+N)^3}{27 N^3} + \frac{7(1-2N)(1+N)}{9 N^3} + \frac{(1+N)^3}{27 N^3 p} \left(1 - \frac{7(1-2N)(2-N)}{(1+N)^2} \right) + \frac{(1+N)^3}{27 N^3 p p'} \left(1 - \frac{7(2-N)}{(1+N)^2} \right) + \frac{g}{8 N^3 m a} (\lambda''' - 6 v) + \frac{27 g \lambda'' v}{8 N^3 m a} \right) = \frac{1}{q^2}$.

Représentant par M tout ce qui est entre les deux parenthèses, on aura $M = \frac{(1+N)^3}{27 N^3} \left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p p'} \right) - \frac{7(1+N)}{27 N^3} (3N(2N-1) + \frac{(1-2N)(2-N)}{p} + \frac{2(2-N)}{p p'}) + \frac{g}{8 N^3 m a} (\lambda''' - 6 v) + \frac{27 g \lambda'' v}{8 N^3 m a}$, qui, si N est un nombre considérable, & que les lettres p & p' soient censées égales à l'unité, se réduit à $M = \frac{1-8v}{27}$, valeur beaucoup plus petite que si la lentille objective était simple & même double, & alors k aura une valeur plus grande, laquelle sera $= \frac{1}{q} \sqrt[3]{\frac{a^3 g}{\mu m M}}$, & donnera le demi-diamètre de l'ouverture de la lentille objective, pourvu cependant qu'il ne soit pas plus grand que la figure de cette lentille ne le permet. Ayant trouvé k , on aura $y = \frac{g k}{m a}$, & la mesure de la clarté $= \frac{20 g k}{m a}$.

196. Si l'on prend N un nombre très-grand, on aura, à très-peu près, $L = -\frac{1}{3}$, $H = 3$, $L' = -2$, $H' = 2$, $L'' = \frac{N}{3}$, $H'' = 1$, & $M = \frac{1}{27} \left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right) - \frac{1}{17} \left(6 + \frac{2}{p}\right)$.

Soient les intervalles entre le premier & le second verre, & entre le second & le troisième $= \frac{1}{10} F = \frac{1}{10} H a$. Comparant avec les expressions de ces intervalles $L a \left(1 - \frac{1}{p}\right)$, $-\frac{L L' a}{p} \left(1 - \frac{1}{p'}\right)$, on trouve $p = \frac{5}{6}$, $p' = \frac{13}{11}$; & par conséquent $M = \frac{7}{54} - \frac{14}{45}$.

Considérant comme donnée la distance focale F du premier verre, on trouve, en employant la valeur exacte de H , que la distance de l'objet $a = \frac{1+N}{3N} F = \frac{1}{3} F \left(1 + \frac{1}{N}\right)$.

Les distances focales du second & du troisième verre $F' = \frac{6}{5} F$, $F'' = \frac{13}{10} F$.

Si l'on considère comme donnée la distance focale F''' du quatrième verre, on pourra s'en servir pour déterminer N . Car on a $F''' = 2 L L' L'' \cdot \frac{F}{m} = 2 N \cdot \frac{F}{m}$; donc $N = \frac{m F'''}{2 F}$.

La distance du troisième verre au quatrième $f''' + a''' = N a \left(\frac{13}{10} - \frac{F}{m a}\right) = \frac{13 m a F'''}{20 F} - \frac{1}{2} F''' = \frac{13 m F F'''}{60 F} + \frac{13}{30} F - \frac{1}{2} F'''$. Ainsi cet intervalle dépend principalement de l'amplification, en sorte qu'il faut allonger l'instrument à proportion qu'on veut qu'il grossisse davantage. Mais en prenant, comme on l'a fait ci-dessus, la distance de l'objet d'un demi-pouce, cet intervalle est plus grand, à grossissement égal, que l'intervalle entre la lentille objective & le second verre du microscope précédent; ainsi le microscope dont il s'agit actuellement, est plus long que celui-là. Le moyen de diminuer cet intervalle & par conséquent de raccourcir l'instrument, est de prendre plus petite la distance de l'objet. Mais, en la prenant plus petite, on s'expose à rendre trop petite l'ouverture du premier verre, sur laquelle elle influe. Tout ce qu'on peut se permettre, pour raccourcir le microscope, en ayant égard à cette considération, c'est de prendre la dif-

tance de l'objet de 5 lignes au lieu de la prendre de 6, car l'ouverture du premier verre sera encore sensiblement la même; le microscope se trouvera raccourci de plus d'un sixième.

La distance de l'objet étant donnée, l'ouverture du premier verre ne dépend plus que du grossissement. Car, supposant toujours les lentilles formées de verre commun pour lequel $P = 1,55$, on a $r = 0,23$; ainsi $M = 0,0581$: supposant donc $a = \frac{1}{12}$ de pouce, $q = 20$, & $g = 8$, on aura, μ étant à peu de chose près $= 1$, $k = \frac{0,145}{\sqrt{m}}$.

Le degré de clarté y sera donc $= \frac{2,784}{m\sqrt{m}}$, & la mesure de la clarté $= \frac{55,68}{m\sqrt{m}}$.

197. Soit la distance focale du premier verre $F = \frac{1}{4}$ de pouce, en sorte que la distance de l'objet soit d'environ $\frac{1}{12}$ de pouce. Soit de plus $F'' = 1$ pouce; F'' sera $= \frac{1}{4}$ de pouce. Voyons quelles seront les dimensions du microscope. On se souviendra qu'on a supposé $\lambda, \lambda', \lambda''$ égales chacune à l'unité, & que dans le verre commun $\delta = 1,6274$ & $\gamma = 0,1908$. Le rayon de la surface antérieure du premier verre $= \frac{F}{F - H(\delta - \gamma)} = -\frac{F}{2,6827} = -0,4660$ de pouce.

Le rayon de la surface postérieure $= \frac{F}{\gamma + H(\delta - \gamma)} = \frac{F}{4,5008} = 0,2222$ de pouce.

La distance de ce verre au second $= 0,125$ de pouce.

La distance focale du second verre $F' = \frac{1}{2}$ de pouce.

Le rayon de sa surface antérieure $= \frac{F'}{F' - H'(\delta - \gamma)} = -\frac{F'}{1,246} = -1,2038$ pouces.

Et le rayon de sa surface postérieure $= \frac{F'}{\gamma + H'(\delta - \gamma)} = \frac{F'}{3,0641} = 0,4895$ de pouce.

L'ouverture de ce verre un peu plus grande que celle du premier.

La distance de ce verre au troisième $= 0,125$ de pouce.

La distance focale du troisième verre $F'' = \frac{1}{8}$ de pouce.

Le rayon de sa surface antérieure = $\frac{F''}{f - F''(f - \gamma)} = \frac{F''}{\gamma} = 8,5212$ pouces.

Et le rayon de sa surface postérieure = $\frac{F''}{\gamma + F''(f - \gamma)} = \frac{F''}{f} = 0,9985$ de pouce.

L'ouverture de ce verre un peu plus grande que celle du second.

La distance de ce verre au quatrième = $\frac{13}{384}m + \frac{1}{24}$ pouce.

Le rayon de chacune des faces du quatrième verre, dont la distance focale est d'un pouce, = 1,1 pouce.

Le demi-diamètre de son ouverture = $\frac{1}{2}$ de pouce.

La distance de ce verre au cinquième = $\frac{1}{7}$ de pouce.

Le rayon de chacune des faces du cinquième verre dont la distance focale est d'un tiers de pouce, = 0,37 de pouce.

Le demi-diamètre de son ouverture = $\frac{1}{12}$ de pouce.

La distance de l'œil à ce verre = $\frac{1}{2}$ de pouce.

Le demi-diamètre de la portion de l'objet qu'on apperçoit =

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{ag}{ms + g}.$$

La distance de l'objet $a = \frac{5}{12} \left(1 + \frac{16}{111} \right).$

La mesure de la clarté étant = $\frac{55,68}{m\sqrt{m}}$, si l'on veut voir l'objet grossi 500 fois, on trouve que la clarté avec laquelle on l'apperçoit avec le microscope, est 0,0001968 de celle dont il paraît à la vue simple, & par conséquent 59 fois plus forte que celle de la pleine lune, s'il est éclairé par le soleil.

198. Comme dans ces microscopes, toute espèce de confusion n'est pas entièrement détruite, que, pour que celle surtout qui est occasionnée par l'ouverture des verres, ne se fasse pas sentir, on est obligé de diminuer l'ouverture du premier verre, à proportion que le grossissement est plus grand, ce qui fait perdre nécessairement sur la clarté & l'affaiblit trop, au lieu de substituer à la lentille objective du microscope, un objectif composé de verres de même espèce, on lui substituera un des objectifs à trois verres d'espèce différente, décrits Ch. V. Partie 1^{re}, ayant soin de renverser l'ordre des verres, c'est

à-dire, de mettre le troisième à la place du premier. Comme cet objectif est exempt non-seulement de la confusion occasionnée par la diverse réfrangibilité de la lumière, mais encore de celle qui est due à l'ouverture des verres, on pourra lui conserver la même ouverture pour tous les grossissemens; en sorte que le microscope aura alors l'avantage de faire voir les objets avec beaucoup plus de clarté que les précédens & avec toute la netteté possible. L'objet se placera toujours au foyer de cet objectif, que l'on prendra d'un demi-pouce.

199. Si l'on employe le premier des deux objectifs dont il s'agit, sa distance focale étant supposée d'un demi-pouce, le diamètre de l'ouverture sera = 0,07883 de pouce, la distance focale du verre qui est alors le premier = 0,2197; le rayon de chacune de ses faces = 0,2329; la distance focale du second verre, lequel est de flintglais, = - 0,1359; le rayon de chacune de ses faces = - 0,1577; la distance focale du troisième verre = 0,2227; le rayon de sa surface antérieure = 0,1637, & celui de sa surface postérieure = 0,4233. La distance du milieu de l'épaisseur d'un verre au milieu de l'épaisseur du suivant, = 0,0113.

200. Il y aurait encore à gagner à substituer un des objectifs composés des deux especes de verres, dont les dimensions ont été données dans la seconde note du 5^{me}. Chapitre de la première Partie, parce qu'ils supportent plus d'ouverture, & qu'ainsi on a plus de clarté. Supposons qu'on employe le premier. Supposant aussi sa distance focale d'un demi-pouce, le diamètre de l'ouverture sera = 0,1372, la distance focale du premier verre = 0,284, le rayon de chacune de ses faces = 0,301; la distance focale du second = - 0,229, le rayon de chacune de ses faces = - 0,274; la distance focale du troisième verre = 0,375, le rayon de sa surface antérieure = 0,644, & le rayon de sa surface postérieure = 0,287. La distance entre le milieu de l'épaisseur d'un verre & le milieu de l'épaisseur du suivant, = 0,019.

La distance de l'objectif composé au premier oculaire = $\frac{m}{32}$.

201. On fera très-bien de construire les oculaires avec du flintglais, parce qu'ils auront plus d'ouverture & que par conséquent on aura plus de champ. Si on emploie du flintglais, pour

pour lequel le rapport de réfraction soit 1,58, prenant la distance focale du premier oculaire, d'un pouce, le rayon de chacune de ses surfaces sera = 1,16 de pouce, & le diamètre de son ouverture = 0,58; la distance focale du second oculaire étant de 0,333 de pouce, le rayon de chacune de ses surfaces sera = 0,376, & le diamètre de son ouverture = 0,188.

202. Si l'on emploie du flintglafs, pour lequel le rapport de réfraction soit 1,60, le rayon de chacune des surfaces du premier oculaire = 1,2 de pouce, le diamètre de son ouverture = 0,6; le rayon des surfaces du second = 0,4, & le diamètre de son ouverture = 0,2.

On placera ces deux oculaires à $\frac{2}{3}$ de pouce de distance l'un de l'autre, laissant toutefois au second la liberté de s'approcher ou de s'éloigner du premier, suivant l'espece de vue de l'observateur.

La distance de l'œil au second oculaire = 0,167 de pouce.

La mesure de la clarté = $\frac{20fgk}{ma}$.

Le diamètre de la portion visible de l'objet = $\frac{ag}{ma+g}$.

Si l'on veut voir l'objet grossi 500 fois, la clarté, en employant le premier des deux objectifs précédens, est 0,0006358 de celle avec laquelle on l'apperçoit à la vue simple, & par conséquent plus de 192 fois plus grande que celle de la pleine lune, en le supposant éclairé par le soleil; si c'est le second de ces deux objectifs qu'on a introduit dans le microscope, la clarté est alors 0,0019272 de celle avec laquelle on apperçoit l'objet à la vue simple, & par conséquent 584 fois plus forte que celle de la pleine lune, en supposant qu'il reçoive la lumière du soleil.

Ayant une lunette ou un microscope qu'on reconnait avoir été construit d'après la Théorie de Mr. Euler, on veut savoir combien cet Instrument grossit, & quel en est le champ.

Soient F, F', F'', F''' , &c., les distances focales des verres, $A, A', A'',$ &c., les intervalles entre ces verres.

Dans les lunettes, on a en général $m = \frac{ff'f''f''' \&c.}{a'a''a''' \&c.}$. Mais $f = F, f' = L^1 a^1$; $f'' = L^2 a^2$, &c., $a^{(n-1)} = F^{(n-1)}$; ainsi $m = \frac{L^1 L^2 L^3 \&c., F}{F^{(n-1)}}$. Il faut donc trouver L^1, L^2, L^3 , &c.

Z

178 THÉORIE GÉNÉRALE DES INSTRUMENTS DE DIOPTRIQUE.

Puisque $f + d' = A$, on aura $d' = A - f = A - F$. Mais $d' = \frac{F'}{H'}$, donc $H' = \frac{F'}{A - F}$, & par conséquent $L' = \frac{F'}{A - F - F'}$.

On a $f' + d'' = A'$; donc $d'' = A' - f' = A' - L'(A - F)$; donc, à cause que $d'' = \frac{F''}{H''}$, on aura $H'' = \frac{F''}{A' - L'(A - F)}$; d'où l'on trouve $L'' = \frac{A' - L'(A - F) - F''}{F''}$.

On trouvera de même $L''' = \frac{F'''}{A'' - L''(A' - L'(A - F)) - F'''}$.

$L^{IV} = \frac{F^{IV}}{A''' - L'''(A'' - L''(A' - L'(A - F))) - F^{IV}}$, &c.

On voit donc que pour connaître le nombre de fois que grossit une lunette, il faut mesurer les distances focales & les intervalles de ses verres. Si elle est achromatique, on se contentera de mesurer la distance focale de l'objectif, sans mesurer celle des verres qui le composent. Au reste on doit s'attendre à n'avoir le grossissement qu'à peu-près, à cause des erreurs qu'on commet toujours dans les mesures.

Supposons que pour la lunette du N°. 171, les mesures aient donné de même que le calcul, $F = -7$, $F' = 4,76$, $F'' = 0,7$, $F''' = 1,4$, $F^{IV} = 0,56$; $A = 0,14$, $A' = 14,98$, $A'' = 3,185$. On trouvera $L' = 2$, $L'' = \infty$, $L''' = -\frac{14}{\infty \cdot 7}$, & par conséquent $L'' L''' = -2$. D'où l'on trouve le grossissement $m = 50$.

Supposons une lunette composée d'un objectif achromatique dont on ait trouvé la distance focale (que nous représenterons par F ,) de 9 pouces, & de quatre autres verres dont les distances focales $F' = 1,15$, $F'' = 0,57$, $F''' = 0,71$, $F^{IV} = 0,52$; supposons qu'on ait trouvé les intervalles $A = 7,85$, $A' = 1,34$, $A'' = 2,49$. On aura $L' = -\frac{2}{3}$, $L'' = 3$, $L''' = -\frac{1}{12}$; d'où l'on trouvera le grossissement $m = 36,56$, qui n'excède le véritable que de 0,56.

Quand on aura le grossissement, il sera facile de connaître le champ apparent, en se servant de la formule qui appartient à l'espèce de lunette dont il s'agit.

S'il est question d'un microscope de l'espèce de ceux dont on a assigné les dimensions ci-dessus, la distance de l'objectif au premier oculaire fera trouver aisément le nombre de fois dont il amplifie les objets.

F I N.

A D D I T I O N S.

Ces Additions sont tirées d'un excellent Recueil de Mémoires sur la Méchanique & la Physique, par Mr. l'Abbé ROCHON, que nous n'avons été à portée de connaître que lorsque l'impression de cet Ouvrage était finie.

MR. l'Abbé Rochon donne dans ce Recueil la méthode suivante de mesurer la dispersion, qui est infiniment supérieure à toutes les autres.

Il place l'un sur l'autre deux prismes égaux, de manière que les plans qui passent par les axes de leurs bases, & qui les coupent en deux, suivant leur longueur, soient parfaitement parallèles. Il les rend mobiles circulairement sur leur centre. Lorsque le tranchant de l'un répond au dos de l'autre, leur effet sur la lumière est nul; & quand les deux tranchants se répondent, il est le plus grand; en sorte qu'en faisant décrire 180° à ces prismes, il croit & passe par tous les degrés intermédiaires, & qu'ainsi ils forment un prisme composé qui équivaut successivement à tous les prismes de tous les angles possibles, depuis zéro jusqu'à la somme des angles de ces deux prismes. Il détermine l'angle du prisme qui correspond au prisme composé, dans une position quelconque des deux prismes, en observant les arcs que ces prismes ont décrits depuis leur première position; ce qui est facile, en les montant sur deux cercles de cuivre concentriques entr'eux & avec les mouvements des prismes, d'un rayon un peu grand, & bien divisés.

Mr. l'Abbé Rochon place ce prisme variable devant l'objectif d'une bonne lunette achromatique, moyennant quoi il grossit les effets des prismes, & par-là rend sensibles, dans la réfraction ou la dispersion, des différences qui ont échappé à tous les Observateurs. Il nomme *Diasporemetre* l'instrument que forment ensemble la lunette & le prisme variable.

Entre le prisme variable & l'objectif de la lunette, il pratique une coulisse destinée à recevoir & retenir les prismes de toutes les substances transparentes dont il veut comparer la dispersion à celle du verre dont il a formé son prisme variable. Il donne à ces prismes le même angle que celui qu'il a donné à chacun des prismes qui le composent. Il a employé pour ce prisme le verre ordinaire de St. Gobin, & il a fait les deux prismes qui le composent chacun de cinq degrés.

L'usage de cet instrument est très-simple. Mr. l'Abbé Rochon place dans la coulisse, entre l'objectif & le prisme variable, le prisme dont il veut déterminer la dispersion; regardant ensuite à travers la lunette & les prismes, un papier blanc bien éclairé, il varie la position ou l'angle du prisme variable, jusqu'à ce que l'image du papier lui paraisse parfaitement distincte & sans frange de couleur. Il prend sur les cercles de cuivre divisés, l'écartement des deux prismes mobiles; il en conclut l'angle du prisme variable, & par conséquent le rapport de la dispersion de la matière qu'il éprouve à la dispersion du verre dont il a formé son prisme variable.

C'est ainsi que Mr. l'Abbé Rochon a trouvé que les dispersions du Crown-glass, d'une espèce de Flint-glass pesant 1260 grains le pouce cube, d'une autre espèce de Flint-glass qui n'en pesait que 1196, sont à celle du verre de St. Gobin respectivement, comme 99, 152 & 145 à 100.

Il a trouvé aussi pour le rapport de réfraction, en passant de l'air dans le verre de St. Gobin, le Crown-glass, la première & la seconde espèce de Flint-glass, 1,542, 1,549, 1,613, 1,692.

Lorsqu'on n'a pas des plaques de verre assez épaisses pour construire les objectifs, on peut leur donner l'épaisseur convenable par un moyen extrêmement ingénieux qu'a employé Mr. l'Abbé Rochon, pour construire un objectif de six pouces de diamètre, avec

des plaques de Flintglaſs très-minces. « Dès que j'eus détruit, dit Mr. l'Abbé Rochon, toutes les parties de mon plateau de Flintglaſs, que je reconnus être défectueuſes, en les uſant avec du grès & un outil de ſer triangulaire, j'expoſai mon verre à un feu allez violent pour l'amollir : ce verre était placé dans un four propre à courber les glaces ; il poſait ſur un moule de terre convexe de la courbure que je voulais lui donner : auſſi-tôt qu'il fut amolli, je le fis reſouler avec des pincés de ſer, obſervant d'éviter les plis ; ce reſoulement fut ſi bien ménagé, que mon plateau, qui n'avait que trois lignes d'épaiſſeur, s'enſa de manière à avoir près d'un pouce d'épaiſſeur vers ſes bords ; & à l'inſtant qu'il n'eut que cinq pouces de diamètre, je l'enfermai par un anneau de ſix pouces de diamètre & de huit à neuf lignes d'épaiſſeur ; cet anneau était deſtiné à contenir les bords du verre amolli, dans la juſte épaiſſeur qu'il convenait de lui donner ; & un ſecond moule de terre, de la courbure néceſſaire à la ſurface ſupérieure du verre, acheva de lui donner, par ſon poids, la forme qu'il importait de lui procurer, pour qu'on fût diſpenſé en le taillant, d'un long travail, & que l'on perdit le moins poſſible de cette précieuſe ſubſtance. C'eſt ainſi que je me ſuis procuré des morceaux de Flintglaſs propres, par leur épaiſſeur & leur diamètre, aux plus grands objectifs. »

On trouve encore dans le même Recueil, où le génie étincelle à chaque page, qu'on peut perfectionner les lunettes achromatiques en interpolant un fluide entre les verres qui compoſent les objectifs. Dans le travail des grands verres ſur-tout, il eſt bien difficile de donner aux ſurfaces une courbure parfaitement égale dans toute leur étendue ; en ſorte qu'on ne peut gueres ſe flatter d'obtenir des verres qui produiſent tout l'effet qu'on en attendait. On ſent combien ce défaut de ſphéricité dans les ſurfaces des verres qui compoſent un objectif achromatique, peut le rendre inférieur à ce qu'il devrait être. Mr. l'Abbé Rochon nous apprend que l'on diminue conſidérablement l'effet des imperfections des ſurfaces internes de ces verres, en introduiſant un fluide diaphane entr'eux. Mrs. le Chev. de Borda, le Gentil & Caſſini, chargés par l'Académie des Sciences de répéter les Expériences que Mr. l'Abbé Rochon avait ſaites à ce ſujet, en rapportent une des plus déciſives, que voici. Ils prirent une lunette achromatique à deux verres, de trois pieds de longueur, & d'environ trois pouces d'ouverture. Ayant éloigné l'un de l'autre les deux verres qui compoſaient l'objectif, d'environ ſix lignes, ils introduiſirent un verre de Bohème, mince & non travaillé. Alors ils ne purent déchiffrer les caractères d'un écriteau mobile, que lorsqu'ils l'eurent approché à la diſtance de cinq toiſes trois quarts. Ayant laiffé la lunette à la même place, ils remplirent d'eau pure l'eſpace compris entre les verres de l'objectif ; ils diſtinguerent alors parfaitement ce qu'à peine ils pouvaient déchiffrer auparavant ; & ce ne fut qu'après avoir éloigné l'écriteau de 31 toiſes, qu'ils eurent autant de peine à lire les caractères, qu'ils en avaient eu auparavant, lorsqu'il était à cinq toiſes trois quarts.

CORRECTIONS OMISES.

Page 17, ligne 24, après d'atteindre, *liſſet*, après que d'atteindre.

Page 40, ligne 23, extrêmement peu, *liſſet*, inſiniment peu.

Page 54, ligne 23 de la note, ainſi il eſt très-facile de, *liſſet*, ainſi on pourra.

Page 124, ligne 7 de la note, *Eſſayez* touſſez.

Page 180, ligne 11, jugez, *liſſet*, il jugez à ligne 12, ces, *liſſet*, ſet.

Page 187, ligne 33, pouvaient, *liſſet*, pouvaient.

A Près avoir cherché vainement où je pourrais placer l'Eloge suivant, je me suis flatté qu'on me pardonnerait de le mettre ici. Cet Eloge, qui ne doit être considéré que comme un précis historique, a besoin de toute l'indulgence de ceux qui se donneront la peine de le lire. J'ai cru que je ne pouvais me dispenser, malgré mon peu de talent, de rendre un hommage public à la mémoire d'un homme supérieur qui m'honora de son amitié : c'est le seul témoignage que j'ai pu lui donner de ma reconnaissance.

ÉLOGE DE M. DE MARGUERIE.

JEAN-JACQUES DE MARGUERIE, Lieutenant de Vaisseau, de l'Académie Royale de Marine, naquit à Montdeville près de Caen, le 12 Avril 1742, de Jean-Louis-Henri, Chevalier de Marguerie, de la Branche cadette de la Maison de Marguerie Vassy, & de Demoiselle Agathe-Cécile-Magdeleine de Flumbert.

Parvenu à l'âge où le préjugé bien plus que la raison persuade qu'on doit commencer à cultiver l'esprit d'un enfant, il fut envoyé à Caen pour y faire ses Humanités, c'est-à-dire, pour suivre ce cours d'études, où, laissant les idées pour les signes, on forme au plus sa mémoire. Mr. le Marquis de Vassy, son parent, héritier chez lui, & crut ne pouvoir mieux faire que de le livrer, pour cette partie de son éducation, à la routine des Collèges. Une aptitude naturelle lui fit brusquer la marche trainante qu'on y suit, en sorte qu'il perdit moins que les autres, de ce temps précieux qu'un usage absurde, consacré par douze siècles de barbarie, fait consumer à apprendre imparfaitement une langue que personne ne parle, tandis qu'il ne devrait être employé qu'à acquérir des idées, & spécialement celles qui sont utiles à l'homme vivant en société. Pour le mettre entièrement en possession du peu de connaissances qu'on peut acquérir au Collège, on lui fit faire ce qu'on y décore du nom de Philosophie, & qu'alors on était heureux de pouvoir oublier ensuite.

Destiné par sa famille à un état pour lequel il ne se sentait que du dégoût, il se déterminait, malgré lui, vers l'âge de dix-huit ans, à se livrer au genre d'étude que cet état exige. Au moment où il se préparait à y faire les premiers pas, le hasard lui offrit les éléments d'Euclide. La vérité qu'il n'avait encore aperçue qu'enveloppée de nuages, ou étouffée sous le jargon pédantesque & gothique des Ecoles, se montra alors à son esprit avec cette pureté qui ravit & subjugué quiconque est fait pour elle. Favorisé par la nature bien au delà de ce qu'il fallait pour en éprouver le charme dans toute son étendue, elle lui inspira un goût vif & passionné que son commerce ne fit qu'accroître, & dont un des premiers effets fut de l'écartier pour toujours de la carrière où il alloit entrer, & par une suite nécessaire, de l'empêcher de prendre un état qui ne lui convenait pas. Au reste, ce triomphe de la Géométrie ne mérite d'être cité que parce qu'il mit à la place le jeune de Marguerie, en attachant à cette science un sujet qui pouvait lui devenir extrêmement utile.

Nous ne dirons point qu'il apprit, sans secours, la Géométrie, & les autres parties des Mathématiques; ce serait vouloir lui faire un mérite de ce qui n'en est pas un, même dans un homme ordinaire. A peine nous permettrons-nous de dire que ses progrès furent rapides, & qu'en peu de temps il fut en état d'attaquer & de résoudre des problèmes très-difficiles.

Trois ou quatre ans après son initiation en Mathématiques, des affaires particulières le conduisirent à Paris. Après quelque tems de séjour dans cette Capitale, il fit la connaissance de Mr. Fontaine, un des premiers Géomètres de l'Europe. M. Fontaine, frappé de lui trouver un talent tout formé, & en aussi peu de tems, prit pour lui l'attachement le plus vif, & alla jusqu'à l'engager à demeurer chez lui. Le jeune Géomètre sentit tout le prix de l'avantage qui lui était si généralement offert, l'accepta avec reconnaissance, & crut ne pouvoir mieux s'en rendre digne, qu'en se livrant tout entier aux sciences. Ses efforts furent couronnés en peu de tems des succès les plus marqués, comme le prouvent plusieurs Mémoires qu'il lut bientôt après à l'Académie des Sciences, & dont nous aurons occasion de rendre compte.

La réputation que lui firent ses premiers travaux, parvint jusqu'à l'Ambassadeur de Russie qui, sûr de plaire à son Illustre Souveraine, chercha à lui attacher un sujet aussi distingué. Ce Ministre fit, dans cette vue, les propositions les plus avantageuses au jeune de Marguerie. Mais ni l'appas d'une fortune assurée & considérable, d'autant plus susceptible de le tenter, que la sienne était alors au dessous de la médiocre, ni celui d'un avancement rapide, ne purent le séduire. Son désintéressement & son amour pour sa Patrie lui firent refuser constamment des offres qui auraient gagné infailliblement un homme ordinaire.

Peu de tems après, Mr. le Comte de Roquefeuil, mort Vice-Amiral de France, également respectable par l'étendue de ses connaissances & par les vertus qu'il tenait immédiatement de la nature, qui aimait les Sciences & ceux qui les cultivent, ayant entendu parler de Mr. de Marguerie avec l'éloge qu'il méritait, s'empressa de le connaître; & pour mieux savoir ce qu'il devait en penser, il consulta M. Fontaine, dont les réponses ne firent que le confirmer dans la haute idée qu'on avait cherché à lui donner des talents du jeune Géomètre (*). Mr. le Comte de Roquefeuil forma aussitôt le dessein de faire présent à son Corps d'un Géomètre qui n'avait qu'à se proposer, pour but de ses travaux, les progrès de la Science navale, pour lui en faire faire de très-grands. Il en parla à Mr. le Duc de Praslin, alors Ministre de la Marine, qui, sur le champ, accorda à M. de Marguerie une Lettre de Garde de la Marine, avec une pension de 600 livres, en y ajoutant la promesse d'un avancement prompt & proportionné à ses talents.

Bientôt après, au mois de Septembre 1768, il fit le voyage de l'Île de France, sur la Flûte la *Normande*. A peine y fut-il arrivé, que M. le Chevalier Desroches, Gouverneur de cette Île & de celle de Bourbon, ayant reçu ordre de renvoyer en France tous les Officiers de la Marine, le fit repartir sur le *Sphinx* commandé par Mr. le Comte d'Hector. Pendant la traversée, il fit plusieurs observations & quantité de remarques utiles, ainsi que le prouve le Journal de son retour en France, le seul de tout son voyage qui se soit retrouvé. Ce même Journal contient une description très-bien faite de l'Île de France, qui mériterait d'être connue.

L'Académie Royale de Marine ayant été rétablie, au mois d'Avril 1769, chercha aussitôt à l'acquiescer. Quelques obstacles s'opposèrent d'abord à ses desirs; le nombre de ses Membres était complet, & le grade de Mr. de Marguerie lui donnait l'exclusion; mais le mérite distingué du sujet qu'elle voulait acquiescer, applanit aisément les difficultés, & Mr. le Duc de Praslin l'autorisa, par une lettre du 29 Mai 1770, à l'admettre au nombre de ses Membres.

Quatre excellens Mémoires, dont trois de pure analyse & un sur le système du

(*) Mr. Fontaine lui dit qu'il était au moins aussi fort dans l'analyse que lui. Mr. le Comte de Roquefeuil me l'a assuré de vive voix & par écrit. Si ce témoignage avait besoin d'être appuyé d'un second, postérieur à celui-ci, à la vérité, je pourrais rapporter celui de Mr. de la Grange qui, dans une lettre du 24 Février 1774, lui écrivait, à l'occasion de ses Mémoires: « Je vois avec la plus grande satisfaction que vous avez hérité du génie de feu Mr. Fontaine, & je vous crois d'autant à regretter la perte que les Sciences ont faite par la mort prématurée de ce grand Géomètre. »

monde, furent le premier tribut que paya sa reconnaissance à l'empressement que l'Académie avait témoigné de l'acquiescer. Ils composaient, pour la plus grande partie, ceux qu'il avait lus, plusieurs années auparavant, à l'Académie des Sciences. Les premiers sont voir qu'il avait senti de bonne heure combien il est important de perfectionner l'instrument qui supplée si heureusement à la faiblesse de notre esprit, soit parce qu'il nous épargne une multitude d'idées & de raisonnemens qui nous seraient nécessaires pour franchir des espaces un peu considérables, soit parce qu'il nous ménage des points de repos d'où nous pouvons partir avec toutes nos forces, & atteindre, toujours conduits par lui, à une hauteur à laquelle nous n'eussions jamais soupçonné pouvoir nous élever. C'est particulièrement en l'appliquant à la nature qu'on en reconnaît l'extrême utilité, parce qu'un des moyens de s'assurer si les effets que nous observons tous les jours peuvent être produits par les causes auxquelles nous les attribuons, est de les mesurer, & que nous ne le pouvons que par son secours. Aussi les Géomètres les plus célèbres, très-élégants, très-général, l'ont-ils efforcés à l'envi de le perfectionner, surtout dans ces derniers tems, que la nature mieux étudiée, a offert plus d'occasions de s'en servir, & que par conséquent la nécessité de le rendre plus étendu & plus subtil, s'est fait sentir davantage.

La résolution des Equations a particulièrement exercé leur sagacité; & cette partie du calcul devait beaucoup aux recherches savantes de Mrs. Euler, Bérton & Fontaine, lorsque son importance fixa les premiers regards de Mr. de Marguerie, & le déterminant à s'en occuper. Il trouva, comme ces grands Géomètres, une méthode de les résoudre, très-élégante, très-générale, qu'il communiqua à l'Académie des Sciences, au mois d'Octobre 1767, dans le premier des Mémoires cités. Cette méthode fait trouver, avec la plus grande facilité, l'équation dont on connaît la forme de la racine, ce qui est précisément l'objet que Mr. Euler s'était proposé dans ses premières recherches, & qu'il ne put remplir alors pour le cinquième degré. Mr. de Marguerie applique la méthode successivement au troisième, au quatrième, au cinquième degré; & dès la première application qu'il en fait, on apprend qu'il y a une infinité de manières de produire l'équation dont on a la racine, ce qu'on ignorait avant lui, & est un des premiers fruits de sa méthode. Ce qui se fait particulièrement remarquer, c'est la manière dont il fait descendre l'équation d'un degré, quand cela est possible, comme dans le troisième degré, & dans le quatrième par une simplification accidentelle. C'est, sans contre-dire, une des parties les plus estimables de son travail.

Comme ce n'est que par une simplification particulière, ainsi que le prouve Mr. de Marguerie, & en violant la loi de continuité, qu'on parvient à descendre du quatrième degré au troisième, on ne peut pas dire que la résolution du quatrième degré soit vraiment du troisième. Car en se conduisant pour ce degré précisément comme pour le troisième & le cinquième, l'équation résolante qu'il trouve est du sixième degré; il est vrai qu'elle n'a pas, comme il le prouve, la difficulté de ce degré, & qu'elle ne renferme que des radicaux du troisième & du second degré.

L'équation résolante du quatrième degré montant véritablement au sixième, on a tout lieu de croire que l'équation qui donne la résolution du cinquième degré, monte au vingt-quatrième; c'est aussi ce que conclut Mr. de Marguerie, en faisant observer que sa méthode conduit à trouver cette résolante. Mais auparavant, il prouve que cette résolante ne peut être du quatrième degré, comme l'avait cru Mr. Euler. La preuve qu'il en donne est encore un des avantages de sa méthode. (b)

Ce premier travail devait naturellement le conduire à s'occuper de l'élimination des

(b) Dans la lettre citée ci-dessus, Mr. de la Grange lui disait, en lui parlant de ces recherches: « Votre méthode pour trouver l'équation résolante d'un degré quelconque, me plaît beaucoup; elle a l'avantage de donner cette équation sous la forme la plus simple qu'il est possible, & je crois que cette méthode peut être aussi d'une très-grande utilité dans beaucoup d'autres occasions. Mais la longueur du calcul pourrait rebuter ceux qui n'auraient pas autant de courage ni de dévotion à le manier que vous. »

inconnues, d'où dépend la résolution générale des équations, & à chercher au moins à diminuer la longueur des calculs qu'elle exige. C'est aussi ce qu'il fit, & il trouva pour le cas où l'on a deux équations, une méthode très-ingénieuse qu'il expose dans le second des Mémoires cités, laquelle non seulement rend le calcul moins pénible, mais, ce qui est d'une conséquence infinie, fait arriver à l'équation finale du plus bas degré possible. (c)

Dans le troisième Mémoire, Mr. de Marguerie traite de la formation des suites. Les Analystes, en s'occupant de la perfection du calcul, arrêtés souvent par des obstacles qui viennent de la nature de la chose ou des bornes naturelles de l'esprit, ont été alors obligés d'abandonner la recherche des méthodes susceptibles de donner l'exactitude à laquelle on doit s'efforcer d'atteindre dans les résultats, & de tourner leurs vues vers les moyens d'en approcher le plus près qu'il est possible. Les suites sont ce qu'ils ont trouvé de mieux, & l'on doit convenir qu'elles sont d'une ressource infinie dans beaucoup d'occasions. Elles forment même un supplément d'autant plus heureux à l'insuffisance des méthodes, que parmi elles il s'en trouve de sommables, & qui donnent par conséquent très exactement ce qu'on cherche. Malgré les efforts des Géomètres qui ont le plus travaillé à perfectionner cette branche du calcul, tels que Mrs. Bernoulli, Stirling, de Moivre, & plus récemment Mr. Euler, elle avait encore beaucoup à acquiescer. Mr. de Marguerie le sentit parfaitement, & en conséquence chercha à ajouter aux travaux de ceux qui l'avaient précédé dans cette carrière épineuse. Il embrassa une très-grande étendue de l'objet, comme le prouve son Mémoire où il ne se propose pas moins que de donner la manière de sommer toutes les suites dont la somme & le terme général sont des quantités algébriques, lorsqu'elles sont sommables; de reconnaître quand elles le sont; & enfin, d'approcher aussi près qu'il est possible de la somme de celles dont on a reconnu l'insommabilité. Quelque vaste que soit son projet, on peut assurer qu'il le remplit dans son entier, en suivant une méthode qui a quelque ressemblance avec la seconde méthode du calcul intégral de Mr. Fontaine, ainsi qu'il en convient lui-même.

La somme d'une suite est, comme on sait, une fonction du nombre qui exprime la distance du dernier de ses termes au premier, & de constantes. Comme, au moyen de cette somme, on peut avoir facilement tous les termes de la suite, Mr. de Marguerie réduit le problème de la sommation des suites, à la recherche de toutes les fonctions possibles composées d'une indéterminée qui exprime cette distance, & de constantes; & il est évident que cette manière d'attaquer le problème, ne peut être que très-avantageuse; car si-tôt qu'on aura ces fonctions, on aura aussi-tôt les suites dont elles sont la somme, & par conséquent toutes les suites sommables possibles, si l'on a réussi à n'oublier aucune de ces fonctions.

Il a donc été obligé de chercher toutes les fonctions possibles d'une indéterminée & de constantes, problème qu'il résout d'une manière qui ne laisse rien à désirer. Dans la multitude de fonctions que peut en donner la solution, il se contente, par la nécessité de mettre des bornes à son travail, d'en prendre trois qui ont chacune la plus

(c) Dans la même lettre, Mr. de la Grange lui disait: « J'ai admiré comment, à l'aide de substitutions convenables, vous avez trouvé moyen de simplifier le calcul de l'élimination, & surtout de vous débarrasser des fautes inutiles qui font monter l'équation finale à un degré beaucoup plus élevé qu'elle ne doit être. Je crois que vous êtes le premier qui ait donné le résultat de l'élimination pour le cinquième degré. C'est un véritable service que vous avez rendu aux Analystes. Mais il serait à souhaiter que l'on pût trouver la loi de ces résultats pour les degrés successifs; cela serait surtout utile pour le cas où l'on a à traiter des équations numériques. »

La matière de l'élimination a été traitée, depuis peu, par M. Bézout, d'une manière infiniment générale & simple, dans un Ouvrage sur la Théorie des équations, plein de génie, & qui a exigé la plus grande force de tête. Cet objet si important, puisque la résolution générale des équations déterminées en dépend, y est absolument épuisé; & l'on peut dire que, quand toutes les parties du calcul auront été traitées avec autant d'étendue & de profondeur, cet instrument admirable aura acquis toute la perfection dont il est susceptible.

grande généralité, & de soumettre à ses recherches les trois classes de suites qu'il est possible d'en déduire.

La formation d'une suite, quand elle est possible, demandant qu'on en connaisse le terme général, il s'occupe d'abord des moyens de le trouver. En faisant cette recherche, il découvre plusieurs propriétés des suites qu'on ne connaissait pas, par exemple, que plusieurs fonctions essentiellement différentes, peuvent être également la somme d'une même suite. Comme parmi les suites qui composent chacune des classes qu'il examine, il en est un grand nombre d'insommables, il parvient à distinguer celles qui sont sommables de celles qui ne le sont pas, au moyen d'équations de condition qu'il trouve entre les coefficients constants du terme général, & auxquelles il ne s'agit que de satisfaire pour s'assurer de la sommabilité de la suite dont on a le terme général. Delà il paraît s'ensuivre que, lorsque ces équations ne sont pas satisfaites, on ferait en droit d'en conclure l'insommabilité de la suite. C'est cependant ce qui n'est pas. La suite peut n'en être pas moins sommable; & pour s'en assurer, on n'a qu'à changer la forme du terme général, en le multipliant par un facteur convenable, & le comparer ensuite à un autre de forme connue, & auquel répondent de nouvelles équations de condition. Il ne s'agit plus que de voir si les coefficients constants que le terme général a avant aucune préparation, satisfont aux équations de condition auxquelles conduisent celles qui répondent au terme général avec lequel on a comparé le terme général proposé, après l'avoir préparé. Si ces coefficients satisfont à ces équations, la suite est sommable; si cela n'a pas lieu, on multipliera le terme général proposé par un nouveau facteur, par un troisième, &c., & on fera à chaque fois un examen semblable à celui qu'on aura fait lors de la première transformation de ce terme. Comme, en se conduisant ainsi, on est exposé à des calculs très-pénibles, que même on ne ferait jamais bien sûr de la sommabilité ou de l'insommabilité d'une suite, Mr. de Marguerie évite ces inconvénients, en cherchant les équations de condition qui doivent avoir lieu entre un certain nombre de termes consécutifs d'une suite, pour qu'elle soit sommable; en sorte que pour s'en assurer, on n'est point obligé de recourir au terme général, ni à aucune préparation de ce terme. Cette partie de son travail est entièrement neuve.

Après avoir considéré les suites dont le nombre des termes est fini, & donné la manière de les sommer, il considère celles qui sont composées d'un nombre infini de termes, & enseigne à les sommer, quand elles sont sommables. Enfin, pour ne rien laisser à désirer, il donne le moyen d'approcher aussi près qu'on veut de la somme d'une suite qu'on a reconnue insommable. Ainsi il remplit entièrement son objet, pour les trois classes de suites qu'il soumet à ses recherches. (d)

Dans son quatrième Mémoire, Mr. de Marguerie traite, ainsi que nous l'avons dit; du système du monde. Il y donne d'abord les équations fondamentales, nécessaires pour trouver le mouvement de trois corps lancés dans le vuide, avec des vitesses & suivant des directions quelconques, qui s'attirent en raison directe des masses, & en raison inverse des carrés des distances. Descendant ensuite au cas le plus simple à résoudre, & le premier à examiner dans l'Astronomie physique, il cherche le mouvement d'un corps qui tourne autour d'un autre qui est immobile, & qui l'attire en raison inverse du carré de la distance. Il trouve tout ce qu'on savait déjà, mais en suivant une marche qui lui est propre. Il cherche ensuite le mouvement de deux corps libres l'un & l'autre, & s'attirant suivant la même loi, & la solution qu'il donne de ce problème, est, comme celle du premier, simple & élégante.

(d) « Ce que vous avez fait sur les Séries (lui disoit Mr. de la Grange, dans la lettre citée ci-dessus) mérite également la reconnaissance des Géomètres. Quoique vos méthodes ne soient pas tout-à-fait nouvelles, l'application que vous en avez faite n'en est pas moins intéressante. Il est surtout fort satisfaisant d'avoir des formules générales toutes calculées, auxquelles on puisse rapporter, sur le champ, chaque cas particulier. »

Il ne s'étoit déterminé à s'occuper de ces objets, dans ce mémoire; que parce que se proposant de traiter, dans d'autres qui devaient le suivre, & dont on doit le regarder comme le fondement, les points les plus importants du système du monde, il ne voulait rien emprunter de personne. Le premier de ces nouveaux Mémoires devait contenir une Théorie nouvelle du mouvement de la Lune.

Peu de tems après son entrée à l'Académie de Marine, il entreprit l'examen de la Théorie connue de la résistance des fluides. Des expériences faites à l'Orient par Mr. Thevenard, dont il eut connaissance, lui en fournirent l'occasion. Après avoir exposé cette Théorie, à sa manière, avec toutes les objections qu'on peut faire contre'elle, il cherche, au moyen de ces expériences, jusqu'à quel point elle s'éloigne de la vérité. Il trouve que lorsque la surface du corps rencontre perpendiculairement le fluide, la résistance qu'il éprouve diffère peu d'être proportionnelle au carré de la vitesse; & que lorsque sa surface rencontre obliquement le fluide, la résistance est très-éloignée d'être proportionnelle au carré du sinus d'incidence; qu'elle approche davantage d'être comme le simple sinus; que même, lorsque la partie antérieure du corps est formée de deux plans inclinés l'un à l'autre, la résistance de l'eau, passé un certain angle, suit d'assez près ce dernier rapport. Il remarque encore que la résistance n'est point, toutes choses égales, comme la surface choque.

Quoiqu'il trouve que, dans le choc direct, la résistance approche beaucoup d'être proportionnelle au carré de la vitesse, comme les expériences qui le lui font découvrir n'étaient qu'une très-petite partie de celles qu'avait fait Mr. Thevenard, & n'étaient par conséquent ni assez nombreuses ni assez variées pour ne pas laisser subsister encore quelques doutes sur la légitimité de cette loi; il propose des expériences nouvelles dont les résultats introduits dans des formules analytiques qu'il donne ensuite, doivent faire découvrir infailliblement la vérité.

Comme on ne saurait trop multiplier les expériences, non pour prouver l'insuffisance de la théorie dont nous parlons, assez démontrée par lui, par Mr. le Chevalier de Borda qui l'avait précédé, & par tous ceux qui ont voulu s'en occuper depuis, mais pour tâcher de découvrir celle qui est conforme à la nature; Mr. de Marguerie observe, avec raison, qu'il est indispensable, si l'on veut arriver à quelque chose de certain, de faire les expériences le plus en grand qu'il est possible; parce que différentes causes contribuant, dans les expériences, à produire l'effet total, il faut pouvoir reconnaître pour combien chacune y entre, ce qui se fait alors bien plus aisément & bien plus sûrement que dans les expériences en petit, où la partie de l'effet total produite par chacune des causes agissantes, ne pouvant être que très-petite, on court risque ou de ne la pas remarquer, ou de ne l'apercevoir qu'imparfaitement, ou enfin, si quelques parties de l'effet dues aux diverses causes diffèrent peu, d'attribuer à l'une de ces causes la partie produite par une autre.

Des preuves si multipliées d'un grand talent le firent faire Enseigne de Vaisseau, au mois de Décembre 1770, avant son rang.

On a vu dans ce que nous avons dit de son Mémoire sur la résolution des équations, qu'ayant reconnu que l'équation résolutive du quatrième degré monte au sixième, il en avait conclu, par analogie, que la résolutive du cinquième degré doit monter au vingt-quatrième; & comme sa méthode pouvait la lui donner, il l'aurait cherchée, s'il avait été parfaitement sûr qu'elle est vraiment de ce degré, & qu'elle n'est pas de quelque degré inférieur. Il était donc nécessaire de s'assurer de cette résolutive, & c'est ce qu'il entreprit dans un Mémoire sur la résolution du cinquième degré, déposé au Secrétariat de l'Académie de Marine, le 22 Mars 1771, où il démontre que la résolutive de ce degré est véritablement du vingt-quatrième. Il commence par donner une nouvelle méthode pour trouver la résolutive d'une équation de tel degré que ce soit, plus simple & plus facile à employer que la première. Il l'applique d'abord au quatrième degré, & il trouve, comme dans son premier Mémoire, que la résolutive

est

est du sixieme. Il parvient ensuite à s'assurer que dans le cinquieme, la résolvente ne peut être du douzieme, du seizieme, &c., & il démontre enfin qu'elle est du vingti-quatrieme; d'où il conclut que la résolvente du sixieme degré est du 120°, que celle du septieme est du 720°, &c. On sent combien ce pas difficile a exigé d'adresse, de sagacité & de courage, pour écarter ou vaincre les obstacles qui s'opposaient de toutes parts.

Après avoir montré la route qu'il faut suivre pour trouver la résolvente du cinquieme degré, & fait voir que le calcul en est très-praticable, il cherche ce qu'on pourrait faire pour la résoudre. Ayant réussi à décomposer la résolvente du quatrieme degré en deux, l'une du troisieme, l'autre du second, il semblerait, à en juger par analogie, que la résolvente du cinquieme degré devrait dépendre pareillement de trois équations, l'une du quatrieme, l'autre du troisieme, & enfin d'une du second. Il cherche la premiere indépendamment des deux autres, & fait voir comment on peut la trouver, si elle existe. Mais venant bientôt à reconnaître que cette recherche exige beaucoup d'effais que l'incertitude du succès ne permet pas d'entreprendre, il n'ose prononcer sur l'existence ou la non-existence de cette équation.

Depuis son retour de l'Inde, le tems qu'il donnait aux sciences n'était qu'une faible partie de celui dont il jouissait. Il disposait du reste pour acquérir toutes les connaissances de son état que l'étude & les réflexions peuvent donner, & ce ne fut jamais sans les étendre bien au delà du besoin qu'il pourrait en avoir. Mais bien convaincu qu'elles n'étaient qu'une partie de celles que son état exige, qu'il ne pourrait acquérir les autres que par de nombreuses applications de celles-ci, faites à la mer, que même il y en avait que la pratique seule pouvait lui révéler, il desira bientôt faire une nouvelle campagne. Mr. de Monteil, nommé Commandant du Vaisseau l'*Adoninaire*, vers le commencement de 1771, pour aller à l'Isle de France, lui fournit l'occasion qu'il cherchait. Il demanda à être du voyage, & l'obtint. Ils partirent de l'Orient où le Vaisseau fut armé, vers le milieu d'Avril, & furent de retour à Brest, le 15 Juillet 1772. Il est presque superflu de dire qu'il retira de cette Campagne tout le fruit qu'il s'en était promis, & qu'elle ajouta considérablement à ses lumieres.

Il ne fut pas plutôt à terre, qu'il se remit à l'étude de tout ce qui a rapport à la Marine. La constitution de l'Académie fut du nombre des objets qui passerent sous ses yeux pénétrants, & fixa particulièrement son attention. En l'examinant, il trouva qu'elle avait été caquée trop exactement sur celle de l'Académie des Sciences, pour convenir à une Académie de Marine. Persuadé qu'on pouvait lui en donner une plus avantageuse & plus analogue à l'état de ses Membres, il travailla à la découvrir. Il y réussit bientôt, & en trouva une qui réunît tous les suffrages, & qui eut été substituée à celle qui existe, si les circonstances n'eussent porté l'attention du Ministre sur des objets qui la demandaient toute entiere.

L'année suivante, il parut une nouvelle Ordonnance de la Marine qui excita les plus vives réclamations. Son attachement pour son Corps, qu'il portait très-loin, lui fit entreprendre de mettre au grand jour tous les inconvéniens qu'entraînerait son exécution. Tous ceux qui ont eu connaissance de ce qu'il fit sur cet objet, s'accordent à dire qu'on ne pouvait mieux les saisir, qu'aucun ne lui avait échappé, que même il en avait aperçu que lui seul, peut-être, pouvait découvrir, qu'enfin, ce travail donna la plus haute idée de la force & de la justesse de son esprit.

Cet ouvrage lui ayant donné occasion d'approfondir la constitution de son Corps, il reconnut qu'elle pouvait être perfectionnée. Né avec cette inquiétude d'esprit qui porte à réfléchir profondément sur tout, & avec une chaleur de caractère qui fait tout entreprendre, il ne lui manquait que l'espoir de ne pas travailler inutilement, pour le déterminer à s'en occuper. Les circonstances vinrent bientôt le lui donner, & le mettre à portée de déployer de nouveau ses talents.

Mr. Turgot ayant passé de l'Intendance de Limoges au ministère de la Marine;

trop grand pour se diffimuler qu'il ne pouvait l'exercer avec toute la gloire dont il s'était couvert dans l'administration qu'il quittait, sans ajouter aux connaissances qu'il avait déjà, chercha celles qui lui manquaient chez les Officiers de la Marine les plus éclairés. Mr. de Marguerie lui fut indiqué comme étant un de ceux qui pouvaient lui donner les idées les plus justes & les plus étendues sur différens objets de son administration. Ce grand ministre trouva en lui tout ce qu'on lui avait annoncé, & bientôt l'honora de sa confiance & de son amitié. La lecture du Mémoire où Mr. de Marguerie avait si parfaitement exposé tous les inconvéniens de l'Ordonnance de son prédécesseur, & les entretiens qu'il eut avec lui & d'autres Officiers, sur ce sujet, l'ayant pleinement convaincu qu'elle ne pouvait être exécutée sans préjudicier considérablement au Service, jugea que le premier pas qu'il avait à faire était de lui en substituer une nouvelle qui n'eût aucun de ces inconvéniens, & fût aussi avantageuse que le bien du Service l'exigeait. Obligé d'entreprendre un ouvrage qui ne pouvait être que le fruit de connaissances acquises dans une longue administration, il n'eut pas la présomption de croire réussir sans le secours de ceux qui, par leur état & leur expérience, pouvaient l'aider de leurs lumières & de leurs conseils. De fréquens entretiens avec Mr. de Marguerie, où il avait souvent occasion de remarquer la justesse & la profondeur de ses idées, le conduisirent à penser que le meilleur parti qu'il avait à prendre, était de le charger de composer l'Ordonnance, de la communiquer ensuite aux autres Officiers de la Marine qui auraient le plus de lumières & d'expérience, pour la porter, par leur secours, au plus haut degré de perfection. Mr. de Marguerie chercha à répondre à la confiance du Ministre en s'occupant, sans relâche, de cet important & difficile ouvrage. Il l'avait considérablement avancé lorsqu'à la fin du voyage de Compiègne, Mr. Turgot passa du Ministère de la Marine à celui des Finances où on l'a vu déployer un zèle dont il y avait peu d'exemples, & des talens qu'on n'y avait point montrés depuis l'immortel Duc de Sully. Quoique Mr. de Marguerie fût à peu près certain que ce changement rendait son travail inutile, il eut le courage de le continuer & de le finir. Tous ceux auxquels il le fit voir, trouverent qu'il n'avait montré, nulle part, une plus grande supériorité d'esprit, qu'il avait embrassé son objet dans toute son étendue, qu'il en avait parcouru toutes les branches avec la plus parfaite intelligence, qu'il l'avait suivi jusques dans ses dernières ramifications avec une confiance & une habileté peu communes, & que par-tout on reconnaissait un esprit créateur.

Ces occupations qui se succédèrent rapidement, durent lui laisser peu de tems à donner aux sciences. Cependant elles ne furent pas entièrement négligées, & il trouva dans son goût & dans son extrême facilité le moyen de leur être utile. Il composa un Mémoire sur la Statique des Vaisseaux, qu'il lut à l'Académie de Marine, au commencement de 1775. Il y considérait, à son ordinaire, son objet dans la plus grande généralité, & le traitait d'une manière absolument neuve & originale. Il entreprit aussi de nouvelles recherches sur la résolution des équations du cinquième degré. Enfin, il composa quantité d'articles pour le Dictionnaire de Marine, dont plusieurs sont considérables.

Bientôt il se présenta une occasion d'acquérir de nouvelles connaissances dans son état, qu'il s'empresse de saisir. Mr. le Comte de Guichen fut chargé, en 1775, de faire une Campagne d'évolutions. Il demanda à servir sous ses ordres, & commanda un Coter nommé *le Moucheron*. Employé fréquemment par le Général, il se distingua par l'exactitude & l'habileté avec lesquelles il exécuta ses ordres.

À son retour, il s'attacha à l'étude de la science de l'Ordre. Cette science égale à celles qui en méritent le plus légitimement le nom, par la solidité, l'évidence & la fécondité des principes, & infiniment supérieure à toutes par son utilité, lui avait inspiré une vraie passion. Il se proposa de la perfectionner, & il y travailla avec un zèle qui montrait jusqu'à quel point il était persuadé de tout le bien qu'elle peut

faire aux hommes. Ses efforts furent heureux ; & si l'illustre Quefnay eut la gloire d'en avoir posé tous les principes, il eut celle de les étendre, & d'en faire beaucoup d'applications nouvelles & importantes. Il était prêt de terminer son travail, & on allait bientôt en jouir, lorsqu'une maladie grave vint l'interrompre. A peine convalescent, on le força de s'embarquer. Peut-être dut-il à sa supériorité la rigueur avec laquelle on agit à son égard. Quoi qu'il en soit, sans considérer que sa santé était mal affermie, on l'obligea de partir avec Mr. de Verdun de la Crenne, auquel on avait donné le commandement de la Flûte *La Tamponne*, pour aller à Cronstad chercher des mâts. Ils appareillèrent le premier de Mai 1776.

Ils eurent occasion de reconnaître, dans le cours de leur navigation, que nos Cartes des côtes de Suede & de Danemarck sont absolument défectueuses, & que les meilleures sont les Cartes Danoises de Mr. Lous. Ils arrivèrent le 29 Juin à Cronstad. Ils se trouvaient alors trop près de Petersbourg, pour n'être pas tentés de voir ce superbe monument de la puissance, de l'art & du génie, & particulièrement l'illustre Souverain qui gouverne la Russie avec tant de gloire. N'ayant qu'un trajet de quelques lieues à faire, ils satisfirent aisément leur curiosité. Ils furent présentés à l'Impératrice qui les reçut avec une bonté particulière, s'entreint long-tems avec eux, & les étonna, quoique prévenus, par l'élévation de son esprit & la variété de ses connaissances. Si, après la réception pleine d'intérêt que leur avait fait cette grande Princesse, quelque chose était encore susceptible de les flatter, ce fut celle que leur fit le célèbre Mr. Euler, qu'ils s'empresèrent de voir. Ce grand homme les accueillit, leur parla avec estime de ce qu'ils avaient fait, & confirma à Mr. de Marguerie l'éloge qu'il avait donné à ses travaux (c). Ils repartirent de Cronstad le 24 Juillet, & arrivèrent à Breit le 30 Août, où ils trouvèrent l'ordre de porter leur Chargement à Toulon & d'en rapporter de la Pozzolane. Ils appareillèrent le 18 Septembre, arrivèrent à Toulon le 6 Octobre, en repartirent le 28, eurent lieu de croire les Îles de Majorque & de Minorque mal jetées sur les Cartes, & mouillèrent dans la Rade de Breit le 7 Décembre.

Sa Campagne ne rompit pas entièrement le cours de ses recherches sur l'économie politique, il les continua toutes les fois qu'il le put, & les termina dès qu'il fut à terre. Il reprit ensuite celles qu'il avait commencées avant la Campagne d'évolutions de l'année précédente, sur la résolution des équations du cinquième degré ; mais les circonstances ne lui permirent pas de les suivre long-tems. Depuis quelques années les Colonies Anglaises de l'Amérique septentrionale défendaient leur liberté contre leur Métropole, qui, après l'avoir menacée long-tems, avait enfin tenté de la leur arracher. Ne pouvant comprendre, dans l'excès de son indignation, comment elles pourraient lui résister, elle s'imagina follement que quelques Négociants Français qui commerçaient avec elles, leur en fournissaient les moyens. Sa haine contre la France la conduisit bientôt à accuser le Gouvernement de favoriser secrètement ce qu'elle osait nommer leur révolte. Pleine de tout l'orgueil qu'inspire le sentiment de la liberté, fière de quelques succès qu'elle n'avait dus presque tous qu'à la grande supériorité de ses forces, & n'écoulant qu'une fureur aveugle, elle osa ajouter les menaces aux murmures & aux plaintes, & força la Cour de France d'armer pour protéger son commerce & faire respecter son pavillon. M. de Marguerie dont le zèle égalait les talents, fut des premiers à demander à être employé sur les Vaisseaux qu'elle envoyait en croisière. Il obtint d'embarquer sur le *Bien-aimé* commandé par Mr. de Bougainville, célèbre par son voyage autour du monde. Depuis ce moment jusqu'à celui où nous l'avons perdu, il ne fit plus que de courtes apparitions à terre. Lorsque la Guerre se déclara, il passa sur le *St. Esprit* commandé par Mgr. le Duc de Chartres, & se trouva par conséquent

(c) J'ai vu une lettre de ce grand Géomètre à Mr. de Marguerie, (que beaucoup d'autres ont vue aussi) écrite en 1774, qui a été cherchée inutilement dans ce qu'on a pu retrouver de ses papiers, dans laquelle il lui donnait les mêmes éloges & lui parlait aussi avantageusement de ses Mémoires que le faisait Mr. de la Grange.

au combat d'Ouessant (f). M. de la Motte-Picquet ayant reçu ordre, l'année suivante ; c'est-à-dire, en 1779, de prendre le commandement de l'*Annibal*, & de se rendre à l'Armée de M. le Comte d'Estaing en Amérique, M. de Marguerie voulut le fuir. Son zèle ne pouvait lui être plus funeste ; car au combat naval qui suivit la prise de la Grenade, où l'*Annibal* essuya un feu très-vif, il fut atteint d'un boulet de canon qui termina la vie.

Le moment où il fut frappé ne fut point celui de sa mort. Il vécut encore un peu de tems, mais dans un état de souffrance qui devait la lui faire désirer, & qu'il supporta sans murmurer ni se plaindre. Il parut même ne s'en occuper que pour en appréhender un pareil, soit pour M. de la Motte-picquet, soit pour les autres Officiers, soit pour l'équipage. Jusqu'à l'instant de la mort, il ne cessa de s'informer d'eux & de demander des nouvelles du combat. Ainsi la fermeté, l'oubli de soi-même, & l'intérêt le plus tendre pour les autres, furent les caractères uniques de ses derniers momens.

C'est ainsi que fut enlevé, dans son été, au Corps de la Marine, un sujet dont il s'honorait, & aux Sciences un homme de génie fait pour en reculer les limites. On peut croire qu'un siècle ou deux plus tard, elles n'auraient point eu à gémir de l'avoir perdu si tragiquement. La raison humaine se perfectionnant peu à peu, graces au progrès de la philosophie, notre postérité, mieux instruite de ses vrais intérêts, se gardera d'exposer les hommes capables d'augmenter la masse de ses connaissances. Elle les honorerà comme ses instituteurs, & s'attachera à les conserver. Elle s'y attachera d'autant plus qu'elle saura que la nature ne les crée que de loin à loin, que même ce n'est pas assez qu'elle les produise, qu'il faut encore que les circonstances les placent assez favorablement pour pouvoir développer leur génie, & se rendre utiles.

Mr. de Marguerie avait reçu de la nature un génie étendu & vraiment original. Dans tous les sujets qu'il a traités, on remarque de grandes idées, des vues neuves, & une manière qui n'appartient qu'à lui. Il ne voulait rien emprunter de personne. Le sentiment qu'il avait de ses forces, lui en faisait, pour ainsi dire, une loi. Rien ne fait mieux voir peut-être jusqu'à quel point il était en droit d'y compter, que l'excursion qu'il fit dans la science de l'administration, qui lui réussit si parfaitement. Il porta ses pas si avant dans cette nouvelle carrière, qu'on a lieu de croire que, si on l'eût élevé à quelque'une de ces places où l'on est chargé d'une ou de plusieurs branches de l'administration, il s'y serait couvert de gloire. Il eût été d'autant plus sûr de s'y distinguer, que son génie aidé de toutes les lumières dont il eût pu s'environner, l'eût été encore de la connaissance des hommes. Il les avait beaucoup étudiés & avec tant de fruit, qu'il pénétrait leur caractère & mesurait l'étendue de leur esprit avec une justesse & une promptitude singulières. La trempe de son ame qui était forte & vigoureuse, n'eût fait qu'assurer ses succès. Les plus grands obstacles, il les eût rencontrés dans son caractère. Il était généreux, désintéressé, plein de probité & de franchise, qualités avec lesquelles on n'est pas toujours sûr de réussir. La nature en lui donnant une ame forte, avait su y joindre une grande sensibilité. Il était profondément affecté des maux qui affligent l'humanité, & ce sentiment fut ce qui le conduisit à s'occuper de l'économie politique, cette science si éminemment utile, qui peut les faire disparaître presque tous, & ramener le bonheur dans toutes les classes de la société. Son amitié était solide & courageuse. Il était capable de tout entreprendre, de tout braver pour sauver un ami.

S'il eut de grandes qualités, on ne peut dissimuler qu'il n'eût aussi quelques-uns de ces défauts qui d'ordinaire les avoient, & dont plusieurs en font l'abus ou l'excès. Nous en conviendrons sans détour, & sans chercher à les pallier. Il ne se souvenait

(f) Il fut fait Lieutenant de Vaisseau, environ six mois après, à la promotion de Janvier de 1778.

pas toujours assez que le moyen de se faire pardonner sa supériorité, est de paraître l'ignorer. Sa franchise passait quelquefois les limites au delà desquelles cette qualité celle d'être estimable; car, comme il connaissait beaucoup les hommes, peu avaient son estime, & il s'expliquait très-librement sur le compte des autres, dont il faisait peu de cas. Aussi avait-il des ennemis. Avec de grands moyens de se distinguer en tout genre, il ne se pouvait gueres qu'il n'en eût tortement le désir, & il est très-vrai qu'il eût été flatté de jouer un rôle sur la scène du monde, dans lequel il eût pu acquiescer de la gloire. Mais en convenant du désir qu'il avait de s'élever, & de paraître au grand jour, il serait injuste de ne pas ajouter que ce désir était dû, en très-grande partie, à celui de faire le bien, que personne, peut-être, ne porta jamais plus loin.

Sa perte a entraîné celle de presque tous ses ouvrages; car ceux qu'il avait emportés (qui en formaient le plus grand nombre), vraisemblablement dans la vue d'y ajouter & de les perfectionner, ont disparu avec lui, au moins n'a-t-il pas été possible d'en recouvrer aucun; & c'est certainement un malheur. Mais celui qui mérite le plus d'être regretté, par l'extrême utilité de son objet & par le grand nombre de vues nouvelles qu'il renfermait, c'est incontestablement celui qu'il avait composé sur l'économie politique. Il ne nous est resté de tout ce qu'il a fait depuis l'impression de ses premiers ouvrages, que son Mémoire sur la résolution du cinquième degré, lu en 1771, son Règlement concernant l'Académie de Marine, & une partie des articles qu'il avait composés pour le Dictionnaire. Il y a des raisons de croire que son Ordonnance de la Marine existe aussi.

Il manque des traits à cette faible esquisse, que j'aurais dû peut-être y faire entrer. Mais m'étant imposé la loi de ne rien avancer dont je ne puisse, au besoin, fournir les preuves les moins équivoques, je n'ai pas cru devoir me le permettre. J'aurais pu dire, par exemple, d'après différents témoignages, & particulièrement d'après les deux suivans, qu'on s'était proposé, en divers tems, à l'Académie des Sciences, de recevoir Mr. de Marguerie. Le premier est de Mr. le Comte de Roquefeuil qui, dans une lettre du 11 Décembre 1760, me disait: « Je fais aussi qu'il fut question ici (à Paris) en 1773 ou 1774, de le faire recevoir à l'Académie des Sciences, & qu'il avait les Géomètres pour lui; mais Mr. de St. Florentin lui « fut contraire, ainsi que je pus le voir par moi-même quand je lui en parlai. Mr. de Marguerie n'eut pas « lui-même cela fort à cœur en ce tems, & me dit que s'il ne l'obtenait pas, il croyait être certain de « faire connaître qu'il le méritait. » Le second est d'un membre de l'Académie des Sciences, qui me dit en 1777, que Mr. de Marguerie avait depuis peu les secondes voix, & que son admission dans cette illustre Compagnie était décidée. Mais un autre Académicien ayant cherché à jeter des doutes sur le fait rapporté par Mr. le Comte de Roquefeuil, & n'ayant pu réussir à l'appuyer sur de nouvelles preuves, non plus que le second, parce que lorsque j'ai écrit à ce sujet, on ne m'a point fait de réponse, je me suis trouvé réduit à n'oser avancer une chose bien certaine pour moi & pour beaucoup d'autres, mais dont je n'aurais pu convaincre ceux qui affectent de douter de tout.

C'est pour des raisons semblables que je me suis contenté de faire une mention pure & simple de son dernier travail sur le cinquième degré, sans ajouter qu'il était parvenu à décomposer l'équation résolante de ce degré, qui est du vingti-quatrième, en deux du douzième.

F I N.

642071



TABLE DES CHAPITRES.

PREMIERE PARTIE.

C HAPITRE I. Du Foyer, & de l'Aberration de sphéricité des rayons de lumière qui traversent une ou plusieurs lentilles.	Page 1.
CHAP. II. De la confusion dans la vision, de la grandeur apparente, & de la clarté.	17.
CHAP. III. Du champ apparent, & du lieu de l'œil.	30.
CHAP. IV. De l'aberration de réfrangibilité.	41.
CHAP. V. Des objectifs achromatiques.	51.

SECONDE PARTIE.

CHAP. I. Des Lunettes en général.	69.
CHAP. II. Des lunettes qui représentent les objets dans une situation renversée.	83.
CHAP. III. Des lunettes qui représentent les objets dans leur situation naturelle.	120.
CHAP. IV. Des Microscopes.	160.

FAUTES A CORRIGER.

- P**age 3, ligne 5, *AF*, lisez *As*.
 Page 6, ligne 11, effacez donc.
 Page 24, ligne 26, même un, lisez même à un.
 Page 33, dans le dénominateur des expressions de a'' , f'' & I'' , au lieu de $\pi - \alpha' + \alpha'' - \varphi$, mettez $\alpha'' - \alpha' + \pi - \varphi$; & dans le numérateur de l'expression de F'' , au lieu de L, r , mettez L, r .
 Page 50, ligne 8, dans le second terme de l'équation, au lieu de $L + 1$, mettez $L' + 1$.
 Page 71, ligne 12, celle, lisez celles.
 Page 77, ligne 20, on a, (63) lisez on a (63).
 Page 127, ligne 19, après 0,125 f, au lieu d'une virgule, mettez un point & virgule.
 Page 128, ligne 32, = 2,9091 f, lisez = 0,9253.
 Page 136, ligne 7, observant, lisez observant.
 Page 137, ligne 25, déterminée, lisez déterminé.
 Page 138, ligne 8, après l'unité, au lieu d'un point & virgule, mettez une virgule.
 Page 142, ligne 4, au lieu de l'autre, lisez l'autre.
 Page 146, lignes 20 & 21, au lieu de soit, lisez soient. Cette faute a été faite, par inadvertance, dans plusieurs endroits de l'ouvrage.
 Page 169, ligne 28, entres, lisez entre.
 Page 177, avant-dernière ligne, effacez la virgule dans le numérateur de l'expression de m .
 Page 179, ligne 7, j'ai, lisez j'aye.
 Page 181, ligne 2, avait témoigné de l'acquiescer, lisez lui avait marqué.

EXTRAIT DES REGISTRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DE MARINE.

MRS. BLONDEAU & FORTIN qui avaient été nommés pour examiner un Ouvrage de Mr. DU VAL LE ROY, intitulé *Supplément à l'Optique de Smith*, contenant une Théorie générale des Instrumens de Dioptrique, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé qu'on pouvait l'imprimer; & elle a permis qu'on imprime à sa suite l'Éloge de Mr. de Marguerie qu'elle a fait examiner par Mrs. DE LEZERE, DE LA PRÉVALAYE, GUIDY & BLONDEAU.

A Brest, le 26 Juillet 1783. Signé, PRÉVALAYE, Secrétaire de l'Académie.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amés & fœux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Ayant jugé à propos de confirmer, par notre Règlement du vingt-quatre Avril de la présente année, l'établissement formé, en mil sept cent cinquante-deux, d'une Académie de Marine, à Brest, & voulant exciter, autant qu'il est possible, les progrès des Sciences & des Arts relatifs à la Marine, & encourager les travaux littéraires des Membres qui composent ladite Académie; nous avons cru devoir lui accorder nos lettres de Privilège, de faire imprimer tous les Ouvrages qu'elle pourra produire. A CES CAUSES, Nous avons permis à ladite Académie, & Nous lui permettons par ces Présentes, de faire imprimer par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, & autant de fois que bon lui semblera, de faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de douze années consécutives, à compter du jour de la date des Présentes, les Recherches & Observations journalières, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans ses Assemblées, & les Traités ou Mémoires des Particuliers qui la composent, & qui auront été lus dans lesdites Assemblées & adoptés par ladite Académie, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & qu'ils auront été jugés dignes de l'impression. Faisons défenses à tous Imprimeurs, Libraires, & autres personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre obéissance; comme aussi d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire lesdits Ouvrages, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce puisse être, sans la permission expresse & par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre à ladite Académie, ou à celui qui aura droit d'elle, & de tous dépens, dommages & intérêts: A la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre

De la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en beau papier & beau caractère, conformément aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725, à peine de déchéance du présent Privilège; qu'avant de l'exposer en vente, le Manuscrit qui aura servi de copie à l'impression desdits Ouvrages, sera remis dans le même état où l'approbation y aura été donnée, es mains de notre très-cher & féal Chevalier, Garde des Sceaux de France, le sieur HUZ DE MIROMENIL; qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre un dans celle de notre très-cher féal Cher., Chancelier de France, le sieur DE MAUPROU, & un dans celle dudit sieur HUZ DE MIROMENIL: le tout à peine de nullité des Présentes, du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie & Ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Présentes, qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers, Secrétaires, foi soit ajoutée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent sur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles, tous Actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel est notre plaisir. DONNÉ à Paris, le dix-septieme jour de Mai, l'an de grâce mil sept cent soixante-quinze, & de notre Règne le deuxieme. Par le Roi en son Conseil. Signé, L. E. BEGUE.

Registré sur le Registre XIX de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 234, fol. 442; conformément au Règlement de 1725, qui fait défense, art. IV, à toutes personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, de débiter, faire afficher aucuns Livres, pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs, ou autrement; & à la charge de fournir à la susdite Chambre huit Exemplaires, prescrits par l'art. 108 du même Règlement. A Paris, ce 16 Juin 1775.

Signé, SAILLANT, Syndic.











